KTH Matematik

Namn: ....

Personnummer:.. **Program och årskurs:** ....

Tentamen del 1
Numeriska metoder SF1544 och BE3003
08.00-11.00 12/4 2017

Gränsen för betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng).

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på dessa papper med **namn och personnummer på varje papper**.
Bonus. Ange dina bonuspoäng från kursomgången HT16 här:
Del 2 rättas bara om denna del 1 är godkänd (även om kontrollskrivningen är godkänd).

1. (2p) Matlabkoden

```
N=10;
x=1;
for n=1:N
    x=0.5*(x*x+0.75);
end
display(x)
```

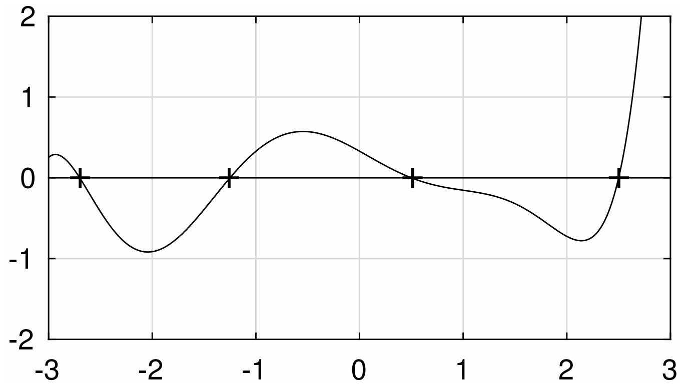
ger en utskrift som är närmast

- ☐ 0.2
- ☐ 0.3
- ☒ 0.5
- ☐ 0.6
- ☐ 0.8
- ☐ 1.0
- ☐ 1.3
- ☐ 1.5
- ☐ 2.0
- ☐ 2.1
- ☐ 3.0
- ☐ inget, eftersom koden ej fungerar.

2. (2p) I figuren visas en funktion $f(x)$ med fyra nollställen, $\bar{x}_1 = -2.7$, $\bar{x}_2 = -1.25$, $\bar{x}_3 = 0.5$ och $\bar{x}_4 = 2.5$. Antag att approximationerna $\tilde{x}_i$, $i = 1, 2, 3, 4$ har beräknats för de fyra nollställena, så att det gäller $|f(\tilde{x}_i)| \approx 10^{-3}$, $i = 1, 2, 3, 4$.

För vilket nollställe kan du vänta dig att felet i approximationen, $|\tilde{x}_i - \bar{x}_i|$ är minst respektive störst?

a) (1p) Det minsta felet förväntas i approximationen för nollställe



- [ ] $\bar{x}_1$ [ ] $\bar{x}_2$ [ ] $\bar{x}_3$ [x] $\bar{x}_4$

b) (1p) Det största felet förväntas i approximationen för nollställe

- [ ] $\bar{x}_1$ [ ] $\bar{x}_2$ [x] $\bar{x}_3$ [ ] $\bar{x}_4$

3. (3p) Ett steg med Newtons metod för att lösa

$$
\begin{aligned}
y - x^3 &= 0 \\
x^2 + y^2 - 1 &= 0
\end{aligned}
$$

med startgissningen $x = 1$ och $y = 2$ ger y approximationen

[x] 1.0	[ ] 1.8	[ ] 2.6
[ ] 1.2	[ ] 2.0	[ ] 2.8
[ ] 1.4	[ ] 2.2	[ ] 3.0
[ ] 1.6	[ ] 2.4	[ ] något annat

4. (2p) Trapetsregeln med 25 lika stora intervall ger integralen $\int_0^{25} x \, \mathrm{d}x$ approximationen

[ ] 310	[x] 312.5
[ ] 311	[ ] 313
[ ] 311.5	[ ] 313.5
[ ] 312	[ ] något annat.

5. (3p) Antag att

$$y'(x) = xy(x)\,, \quad x > 0$$
$$y(0) = 1\,.$$

Två steg med explicita Eulermetoden och steglängden $\Delta x = 0.2$ ger $y(0.4)$ approximationen

☐ 1.0	☒ 1.04
☐ 1.01	☐ 1.05
☐ 1.02	☐ 1.1
☐ 1.03	☐ något annat.

6. (2p) Matlabkoden

```
N=10000;
S=0;
for n=1:N
    x=rand(1);
    S=S+pi*sin(pi*x);
end
display(S/N)
```

ger en utskrift som oftast är närmast

☐ 1	☐ $\frac{1}{4}$	☒ 2
☐ $\frac{1}{2}$	☐ $\frac{1}{5}$	☐ 3
☐ $\frac{1}{3}$	☐ $\frac{1}{6}$	☐ 4

Kommandot **help rand** ger utskriften: rand Uniformly distributed pseudorandom numbers. R = rand(N) returns an N-by-N matrix containing pseudorandom values drawn from the standard uniform distribution on the open interval (0,1).

7. (2p) Lösningsvektorn $(u_0, u_1, \ldots, u_N)$, definerad av

$$-\frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\Delta x} = 1, \quad n = 1, 2, 3, \ldots, N-1$$
$$u_0 = 0$$
$$u_N = u_{N-1}$$

med $\Delta x = 1/N$, ger en approximation u_n av $u(n\Delta x)$ som löser

- [ ] $-u''(x) + u(x) = 1,\ x \in (0,1)$ och $u(0) = 0, u(1) = 0$
- [x] $-u''(x) + u'(x) = 1,\ x \in (0,1)$ och $u(0) = 0, u'(1) = 0$
- [ ] $-u(x)u'(x) + u'(x) = 1,\ x \in (0,1)$ och $u(0) = 0, u(1) = 0$
- [ ] $-u''(x) + u(x) = 1,\ x \in (0,1)$ och $u'(0) = 0, u'(1) = 0$
- [ ] något annat.

8. (2p) För en iterationsmetod uppskattas felen e_n i iterationerna till

$$e_3 = 0.5017, \quad e_4 = 0.0991, \quad e_5 = 0.0205, \quad e_6 = 0.00396\,.$$

Vilken konvergensordning verkar metoden ha

- [ ] 0, d.v.s. ingen konvergens
- [x] 1, d.v.s. linjär konvergens
- [ ] 2, d.v.s. kvadratisk konvergens
- [ ] 3, d.v.s. kubisk konvergens
- [ ] något annat.

9. (2p) Modellen $y = ax + b$ anpassad i minstakvadratmening till mätvärden (x, y) givna av $(1, 0), (2, 2), (4, 4)$ ger b lika med

- [ ] -2
- [ ] -1.7
- [ ] -1.3
- [ ] 0
- [x] $-1.0.$
- [ ] -0.7
- [ ] -0.3
- [ ] något annat.