Sannolikhetsteorins grunder ~~0xx2x~~

Kort terminologi

Resultat av ett slumpmässigt försök: <u>utfall</u> ω_i

Mängden av möjliga utfall: <u>utfallsrummet</u> Ω

Samling utfall av viss karaktär: <u>händelse</u> A

<u>S.V. X</u> tal som associeras m. utfall:

$X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ ("S. funktion")

Fördelning: $p_X(x) = P(X = x)$ bestämmer sannolikheten att

X antar värdet x

x verka på <u>diskret</u> definitionsmängd

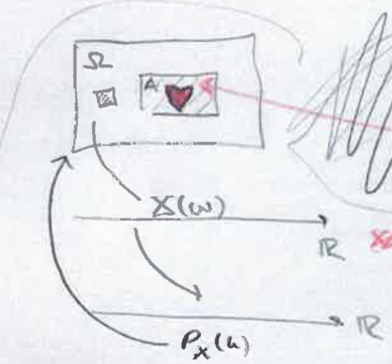
<u>kontinuerlig</u> — " —

Diskreta fallet

$$P(X \in A) = \sum_{k \in A} p_X(k)$$

<u>Ex</u> $P(X \in \Omega) = \sum_{\Omega} p_X(k) = 1$

<u>Kont</u>



Exempel: geometrisk fördelning

<u>Def</u>: $X \in Ge(p)$ om X har fördelning

$$p_X(k) = (1-p)^k p \qquad 0 < p < 1$$

<u>Notera</u>: $p_X(k)$ beror av parameter p

$p_X(k)$ "beskriver" X

<u>Användning</u>:
- Tävling träff/miss – träff m. sannolikhet p i varje försök. Serie till första träff
- $X = k$ beskriver att vi har k ~~träff~~ missar innan träff
- $p_X(k) = \underbrace{(1-p)\,(1-p) \cdot \ldots \cdot (1-p)}_{k \text{ st}} \cdot p$

Serie: 1 miss 2 miss ... k miss k+1 träff

Övning 4 Alice H VT20

3.8 $P(X=k) = p^k \quad k = 1,2,3\ldots$

a) $P(X=0)$ b) Vilka värden på p möjliga?

$$P(X=0) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} p^k = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} p \cdot p^{k-1} = \{s = k-1\} = 1 - \sum_{s=0}^{\infty} p p^s$$

$$= 1 - p \underbrace{\sum_{s=0}^{\infty} p^s}_{\text{geometrisk summa då } 0<p<1} = 1 - p \cdot \frac{1}{1-p} = \frac{1-2p}{1-p}$$

b) 1) $0 < p \leq 1$

2) $0 \leq \frac{1-2p}{1-p} \leq 1$

$0 \leq \frac{1-2p}{1-p} \Leftrightarrow$

$0 \leq 1-2p \Leftrightarrow$

$p \leq 1/2$

$\frac{1-2p}{1-p} \leq 1 \Leftrightarrow$

$\cancel{1}-2p \leq \cancel{1}-p \Leftrightarrow$

$0 \leq p$

Så $0 \leq p \leq 1/2$

Ihusammans $0 < p \leq 1/2$

3.9 X antalet kunder som anländer till bensinstation

$X \in Po(\mu)$

$p_X(k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} \quad k = 0,1,2\ldots \qquad \mu = 4$

Sökt: $P(2 < X < 5)$

$$= P(3) + P(4) = \frac{\mu^3}{3!} e^{-\mu} + \frac{\mu^4}{4!} e^{-\mu} \approx 0.39$$

NB! Diskret, så tänk på o(strikt) olikhet

3.27 $\Omega_X: 0, 1, \ldots, 9 \qquad P_X(k) = 1/10 \quad \forall k$

Sökt: $P_Y(k)$ för $Y = |X - 3|$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6
$P_Y(k)$				1/10	2/10	2/10	2/10	1/10	1/10	1/10

3.10 X : antalet dataterminaler som används vid visst ögonblick

	①	②	③	
P(används)	3/4	2/3	1/2	används oberoende av varandra

Sök: $p_X(k)$

$\Omega_X = 0, 1, 2, 3$

$p_X(0) = P(①^* \cap ②^* \cap ③^*) \underset{\text{ob.}}{=} 1/4 \cdot 1/3 \cdot 1/2 = 1/24$

$p_X(1) = P[(① \cap ②^* \cap ③^*) \cup (①^* \cap ② \cap ③^*) \cup (①^* \cap ②^* \cap ③)]$

$= 3/4 \cdot 1/3 \cdot 1/2 + 1/4 \cdot 2/3 \cdot 1/2 + 1/4 \cdot 1/3 \cdot 1/2$

$= 6/24$

$p_X(3) = P(① \cap ② \cap ③) = 3/4 \cdot 2/3 \cdot 1/2 = 6/24$

$p_X(2) = 1 - p_X(0) - p_X(1) - p_X(3) = 11/24$

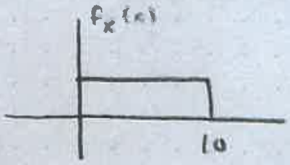
$$p_X(k) = \begin{cases} p & k \\ 1/24 & 0 \\ 6/24 & 1 \\ 11/24 & 2 \\ 6/24 & 3 \\ 0 & \text{övr} \end{cases}$$

3.12 X : vänte tid vid busshållsplats. Bussar anländer var 10:e min

a) $\Omega_X = [0, 10)$ kontinuerligt

b) $f_X(x) = \dfrac{1}{10}$ ← sannolikhetsmassa, ← längdintervall

sannolikhetsdensitet



$\rightarrow P(3.5 < X \leq 7) = \int_{3.5}^{7} \frac{1}{10}\,dx = \frac{3.5}{10}$

c) $F_X(x) = P(X \leq x) = \int_0^x \frac{1}{10}\,dx = \frac{x}{10}$