Föreläsning

14

Ensidig t test

Anta $H_0: \mu = 17$

$H_a: \mu < 17$

För att vi ska kunna förkasta H_0 måste nu μ^*_{obs} vara tillräckligt mycket mindre än 17

Vi bildar ett ensidigt uppåt begr konf-int och se om det går över över 17

Om det gör det så ligger 17 "nära" μ^*_{obs} och vi kan ej förkasta H_0 på nivå α

~~Om vi t.ex~~

$$I_\mu = \left(-\infty, \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)\right)$$

Anta $\alpha = 0.01$ $\Rightarrow I_\mu = (-\infty, 16.51 + 0.159 \cdot 2.39) = (-\infty, 16.51 + 0.38)$

täcker ej över 17 $\Rightarrow$ Vi har förkasta H_0 på 1%-nivå

$\alpha = 0.001$ $\Rightarrow I_\mu = (-\infty, 16.51 + 0.159 \cdot 3.23) = (-\infty, 16.51 + 0.51)$

täcker över 17 $\Rightarrow$ Förkasta ej H_0 på 1‰-nivån

5.5

5.3

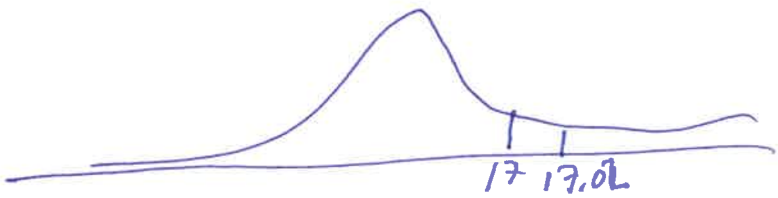
$\alpha = 1\%$

α = arean till höger om 16.89 = 0.01

p-värdet = arean till höger om 17 = 0.0015

p-värdet < α => förkasta H_0

$\alpha = 0.1\%$



α = arean till höger om 17.02 = 0.001

p-värdet är arean till höger om 17 = 0.0015

p-värdet > α => förkasta ej H_0

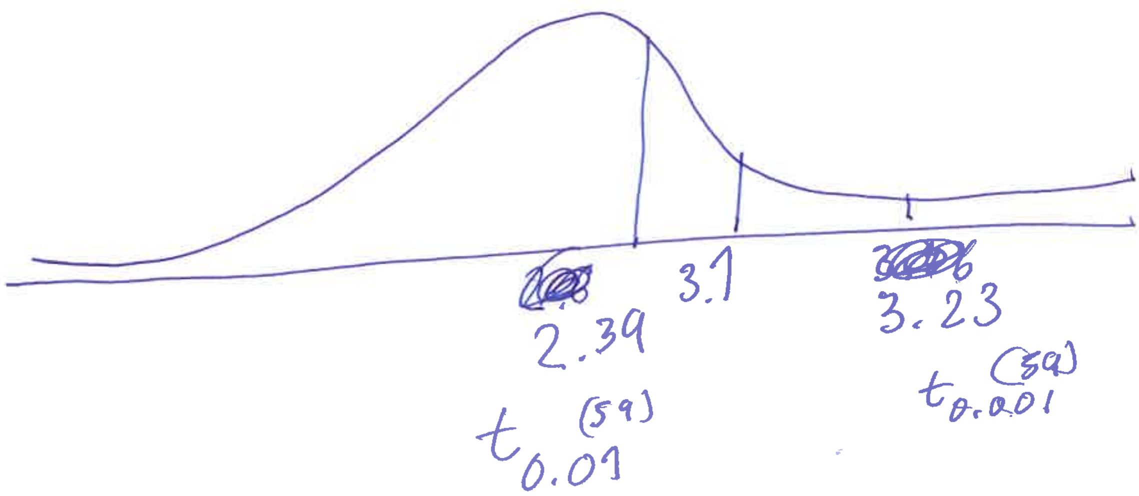
5.75

$$Y = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \in t(n-1)$$

Ensidigt test

jfr $\left| \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \right|$ med $t_{\alpha}(n-1)$

$$t_{obs} = \frac{16.51 - 17}{0.151} = 3.1$$



$P(Y > 3.23) = 0.001$

$P(Y > 2.39) = 0.01$

$P(Y > 3.1) \approx 0.0015 =$

$3.1 = t_{obs} < t_{0.001}^{(59)} = 3.23$

$\Rightarrow$ Vi förkastar ej H_0 på 0,1%-nivån

$3.1 = t_{obs} > t_{0.01}^{(59)} = 2.39 \Rightarrow H_0$ förkastas

på 1%-nivån

p-värdet är här $P(Y > 3.1) \approx 0{,}0015$

Hur beräknas styrkan med konfidensintervallmetoden ? (7)

Övn upg 13.21 a   OBSERVERA att det är styrkan hos testet vi ska beräknas. Då måste vi först betrakta testet

Givet X_i:na ober och $N(\mu_x, 0.3)$

Y_i:na ober och $N(\mu_y, 0.4)$

$$H_0: \mu_x = \mu_y \Leftrightarrow \mu_x - \mu_y = 0$$

$$\alpha = 0.01$$

a) $H_1: \mu_x - \mu_y = 0.6$

$$\mu_x - \mu_y = \Delta$$

~~P(förkasta H_0) då H_1 är sann $\Delta = 0$ $\Delta = 0.6$~~

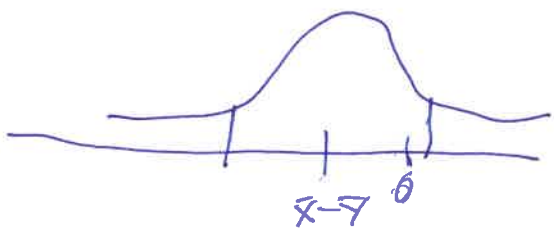
1) Bilda först ett konf-int för $\mu_x - \mu_y$ när σ_x och σ_y är kända

$$\Rightarrow I_{\mu_x - \mu_y} = \bar{x} - \bar{y} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x} + \frac{\sigma_y^2}{n_y}} \cdot \lambda_{\frac{\alpha}{2}}$$

$$I_{\mu_x - \mu_y} = \bar{x} - \bar{y} \pm \sqrt{\frac{0.3^2 + 0.4^2}{10}} \cdot \lambda_{0.005}$$

$$= \bar{x} - \bar{y} \pm \frac{0.5}{\sqrt{10}} \cdot \underbrace{\lambda_{0.005}}_{2.5758}$$

$$= \bar{x} - \bar{y} \pm 0.407$$



Styrkan hos testet för H_1: $\Delta = 0.6$ (8)

$P(\text{förkasta } \underset{\Delta=0}{H_0}) \text{ om } \underset{\Delta=0.6}{H_1 \text{ sann}} =$

$= P(\text{förkasta att } \mu_X - \mu_Y = 0) \text{ om } \mu_X - \mu_Y = 0.6$

$= P(0 \notin I_{\mu_X - \mu_Y}) \text{ om } \mu_X - \mu_Y = 0,6$

$= 1 - P(0 \in I_{\mu_X - \mu_Y}) \text{ om } \mu_X - \mu_Y = 0,6$

$= 1 - P\left(|\bar{X} - \bar{Y} - 0| < \frac{0.5}{\sqrt{10}} \lambda_{0,005}\right) \text{ om } \mu_X - \mu_Y = 0.6$

$= 1 - P\left(-\frac{0.5}{\sqrt{10}} \lambda_{0.005} < \bar{X} - \bar{Y} < \frac{0.5}{\sqrt{10}} \lambda_{0.005}\right) \text{ om } \mu_X - \mu_Y = 0.6$

Gör om till $N(0,1)$

$$= 1 - \left[P\left(\frac{-\frac{0.5}{\sqrt{10}} \lambda_{0.005} - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\frac{0.3^2}{10} + \frac{0.4^2}{10}}} < \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{}} < \frac{\frac{0.5}{\sqrt{10}} \lambda_{0.005} - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\frac{0.3^2 + 0.4^2}{10}}}\right)\right.$$

$$= 1 - \left[\Phi\left(\frac{\frac{0.5}{\sqrt{10}} \cdot \lambda_{0.005} - 0.6}{\sqrt{\frac{0.5^2}{10}}}\right) - \Phi\left(\frac{-\frac{0.5}{\sqrt{10}} \cdot \lambda_{0.005} - 0.6}{\sqrt{\frac{0.5^2}{10}}}\right)\right]$$

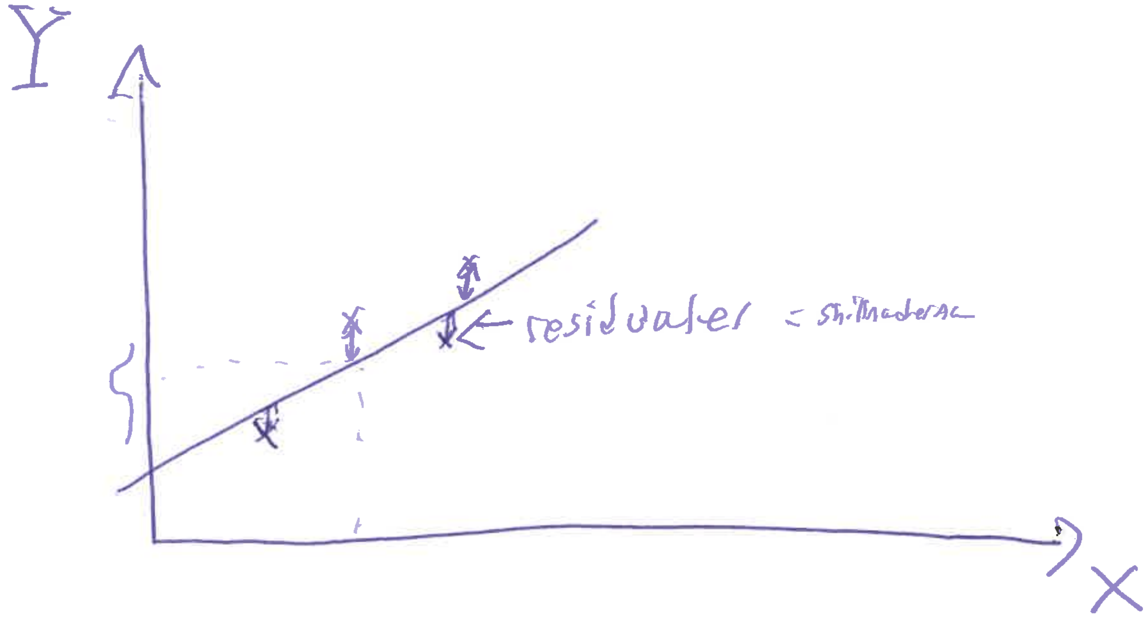
$= 0.886$

Styrkan i $\Delta = 0.6$ är alltså $0{,}8886 = h(0.6)$

Styrkefunktionen $= h(\Delta) =$

$$\approx 1 - \left[\Phi\left(\frac{0{,}407 - \Delta}{\sqrt{\frac{0.3^2 + 0{,}4^2}{10}}} \right) - \Phi\left(\frac{-0{,}407 - \Delta}{\sqrt{\frac{0{,}3^2 + 0{,}4^2}{10}}} \right) \right]$$

Linjär regression



$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon \quad \text{där } \varepsilon \in N(0, \sigma)$$

$$Y_i \in N(\alpha + \beta x_i, \sigma)$$

MK-metoden $\Rightarrow \alpha^*_{obs}$ och β^*_{obs}

$$Q = \sum (Y_i - [\alpha + \beta x_i])^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{och} \quad \frac{\partial Q}{\partial \beta} = 0$$

$\Rightarrow$ se F.S. § 13.1

$$\beta^*_{obs} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \qquad \alpha^*_{obs} = \bar{y} - \beta^*_{obs} \bar{x}$$

Om man vill testa om Y beror av X

Gör man följande hypotesprövnig $H_0: \beta = 0$

$H_1: \beta \neq 0$

se § 13.2 $I_\beta = \beta^*_{obs} \pm t_{p/2}(n-2) \cdot \frac{s}{\sqrt{\sum(x_i-\bar{x})^2}}$

konf-grad 1-p här eftersom α här är skärningen med y-axeln

Om vi kan förkasta att $\beta = 0$

drar vi slutsatsen att Y beror av X

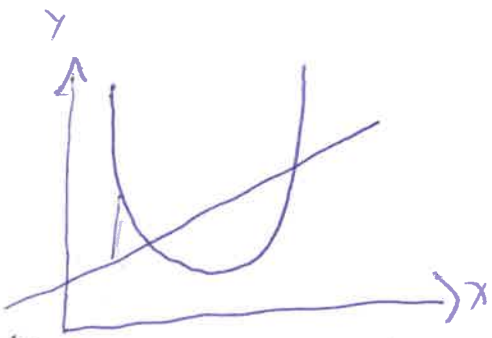
Kan vi inte förkasta att $\beta = 0$ drar vi slutsatsen att Y inte beror av X

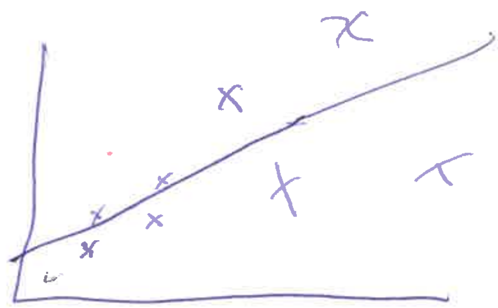
obs att detta $s^2 = \frac{1}{n-2}\sum\Big(y_i - \underbrace{[\alpha^*_{obs}+\beta^*_{obs}x_i]}_{\text{residualerna}}\Big)^2$ skillnaden uppmätt – skattat

jfr $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i-\bar{x})^2$ i §8

gör ex 14,7

residualanalys

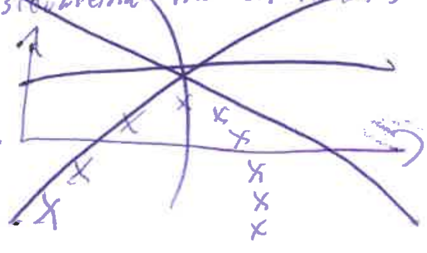




ej samma varians

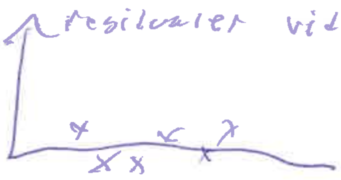
residualerna har en tendens

fel → se nästa sida



ej rät linje

residualer vid rät linje



14.7

a) $P(\text{förkasta } H_1)$ om H_0 sann $= 8.3 \cdot 10^{-3} < 0.05$

$= 0.132 > 0.05$

$\Rightarrow H_{\beta_1}$ förkastas $\quad H_{\beta_2}$ förkastas ej

se även $[0.912, 1.935]$

res $[-0.409, 0.057]$

b) $\beta_1^* + \beta_2^* = 1.423 + -0.176 = 1.247$

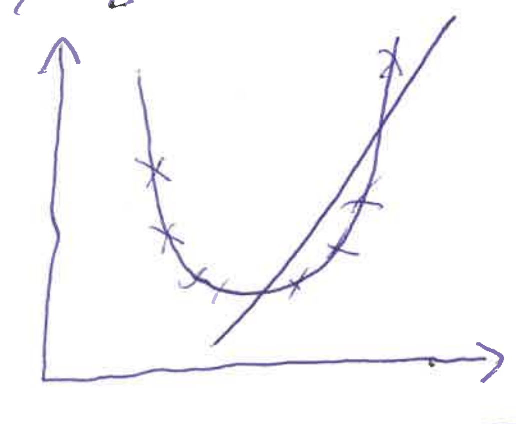
c) $D^*_{obs}[\beta_1^* + \beta_2^*]$

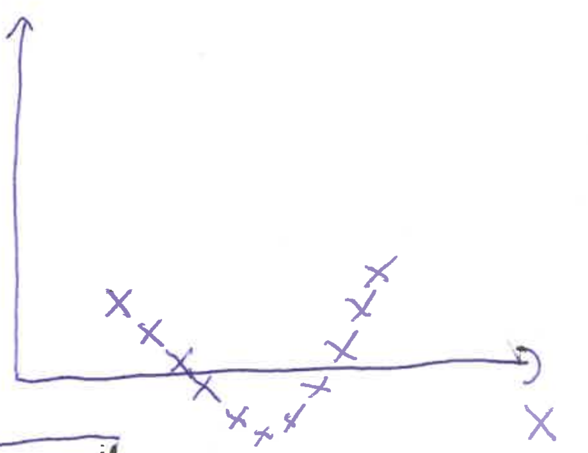
$$V^*[\beta_1^* + \beta_2^*]_{obs} = 0.247^2 + 0.112^2 - 2 \cdot 0.00248 = 0.0785$$

$$\Rightarrow D^*_{obs}[\beta_1^* + \beta_2^*] = \sqrt{0.0785} = 0.28$$

Residualanalys

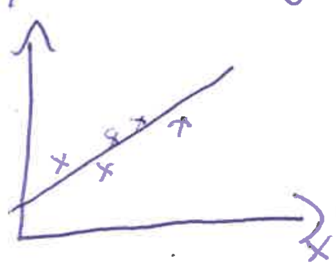
ex1

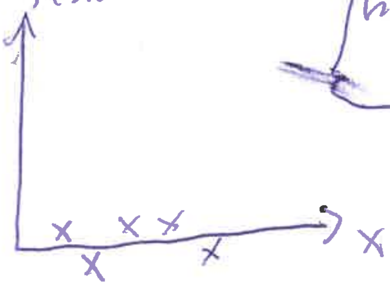




har tendens
ej rät linje

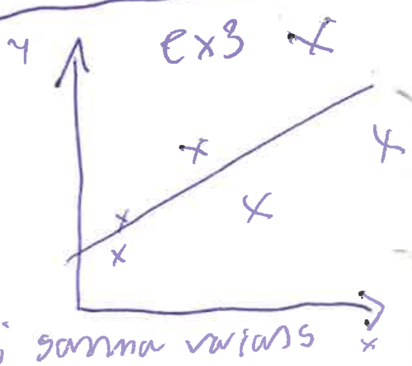
ex2





ej tendens
antagligen rätlinje

ex3



ej samma varians