

Föreläsning 1

1) Presentation av kursen min. 4 OH-bilder

2)

1) opinionsundersökningar vad är fel marginalen kap 12-13

2) Analyser av läkemedelskost Homogenitetskost kap 13
Skillnad mellan olika grupper

3) Försäkringspremier. Hur många ochaner
av klass III träffar Florida i år P_0 -fördeln kap 3

4) kvalitetskontroll i tillverkningsprocesser Bin-fördeln kap 3

5) Bestämna priset på optioner
Förändring i antickets Normalfördelningen kap 6

6) Konfidensintervall och hypotesprövning kap 12 kap 13

ex Metangasutsläpp i Sibirien
10 ställen 2012
10 ställen 2019

$$I_{\text{skillnader}} = \bar{Y} - \bar{X} \pm \Delta$$

95% säkerhet genom intervallet

7) Multipel regression nosar vi på i labben
Bostadspriset $Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots$

Kap 2

Sida 1

Resultatet av ett slumpmässigt försök kallas ett utfall ω_i
Mängden av alla möjliga utfall kallas utfallsrummet $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$

En händelse är en samling av utfall A, B, \dots (en delmängd av Ω)

Sannolikheten att A inträffar skrivs $P(A)$

Kolmogorovs
axiomsystem

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\Omega) = 1$$

~~$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$~~
 ~~$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$~~

~~EX på utfallsrum~~

~~EX~~

Om utfallet utfall är ändligt eller uppräkneligt oändligt
har vi ett diskret utfallsrum

EX

Antal kast ^{på en tärning} man måste göra för att
ska ha frekvensen 2 ggr samma resultat

$$\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Antal kast man måste göra tills man får samma
resultat 2 ggr i rad

$$\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

OM antalet utfall vare sig är ändligt eller
uppräkneligt oändligt har vi ett kontinuerligt utfallsrum

EX

tiden vi får vänta på ett tåg som står hel timme

om x är minuter

$$\Omega = \{x: 0 < x < 60\}$$

Snitt

$A_1 \cap A_2$ ~~$A_1 \cap A_2$~~ läses A_1 snitt A_2

$A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n =$ alla händelserna A_i inträffar

Union

$A_1 \cup A_2$ läses A_1 union A_2

$A_1 \cup A_2 \dots \cup A_n =$ minst en av händelserna A_i inträffar

Komplement

A_1^* läses icke- A_1 eller komplementet till A_1

$P(A_1^*) + P(A_1) = 1$ d.v.s $P(A^*) = 1 - P(A)$

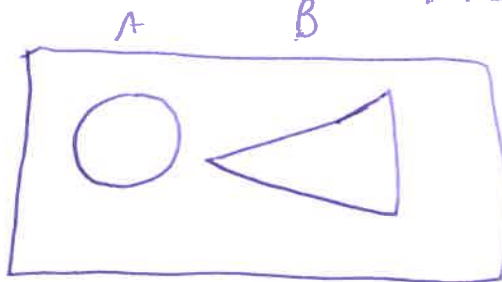
Händelser som ej kan inträffa samtidigt kallas disjunkta

d.v.s A_1 och A_2 disjunkta $\Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2) = 0$

Venn diagram

Ytan av en händelse t.ex. $A = P(A)$

Sanolikheten att en händelse inträffar motsvaras av en yta i Venn diagrammet
Totala ytan = $P(\Omega) = 1$



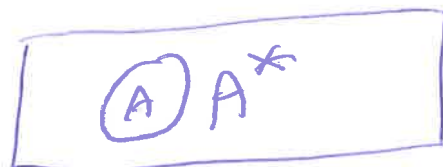
A och B disjunkta

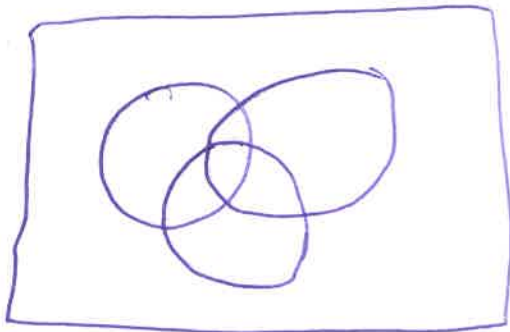


$A \cap B$



$A \cup B$





$$P(A \cup B \cup C) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$$

mindesten ein
 zu mindestens
 in Körper

in der Handlung in Körper

d.v.s. $(A \cup B \cup C)^* = \overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

~~$P(A \cap B \cap C)$~~

$$P(A \cap B \cap C) = 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})$$

d.v.s. $(A \cap B \cap C)^* = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$

Generell

$$\bigcap_{i=1}^n \overline{A_i} = \overline{\bigcup_{i=1}^n A_i}$$

$$\bigcup_{i=1}^n \overline{A_i} = \overline{\bigcap_{i=1}^n A_i}$$

Union Formeln



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

on A och B är disjunkta $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Motmogorovs axiomsystem

~~1) $P(A) \geq 0$~~ 1) $0 \leq P(A) \leq 1$

2) $P(\Omega) = 1$

3) $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$
om disjunkta

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Tillsatt $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n) =$

$$= \sum_{i=1}^n P(A_i) - \text{alla snittar två} + \text{alla snittar 3}$$

$$- \text{alla snittar 4} + \text{alla snittar 5 o.s.v}$$

Kombinatorik

Antag att alla utfall är lika sannolika

Då gäller den klassiska sannolikhetsdefinitionen

$$P(H) = \frac{\text{antal gynnsamma utfall}}{\text{antal möjliga utfall}} = \frac{g}{m}$$

multiplikationsprincipen

ex 2.4 4 varmrätter 3 desserter => 12 måltider

Dragning med återläggning med hänsyn till ordning

Antal sätt att dra k element ur n

ex hur många pinhoder finns det?



Den första siffran kan väljas på 10 sätt

Den andra _____ 11 _____

Den tredje _____ 12 _____

Den fjärde _____ 13 _____

=> $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ stycken utfall

P.v.s antal sätt att dra 4 från 10 är 10^4

=> n^k sätt

Dragning utan återläggning med hänsyn till ordning

Antal sätt att dra k element från n

ex Anta vi har 8 personer ^{personer} ~~bolag~~ bolag (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7)(8)
Anta vi ska ha ord förande sekreterare och kassör
~~Anta~~ nu vi ska dra 3 ur dessa 8

Den första kan då väljas på 8 sätt och förändras

Den andra _____ 7 _____ kassören

Den tredje _____ på 6 sätt => $8 \cdot 7 \cdot 6$ utfall

=> $n(n-1)(n-2) \cdot (n-k+1)$ sätt = $n P_k$ p.s. räknaren
 $\frac{n!}{k!}$

Antal sätt att permutera n element är $n!$

Kap 2 förel 2 kombinatorik

Sida 6

Dragning utan återläggning utan hänsyn till ordning

ex Hur många Pokerhänder finns det?

Tänk först med hänsyn till ordning.

Det första kortet kan dras på 52 sätt, nästa på 51 etc

$\Rightarrow 52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48$ sätt.

Nu har du fått 5 kort ~~och~~ ^{enligt} ~~med~~ ³ ordning

Vilket du sätter längs till vänster på handen

kan du nu välja på 5 sätt, nästa position på 4 sätt ...

\Rightarrow För varje kombination till ordning finns $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ st ~~med~~

$$\Rightarrow \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \quad \text{pokerhänder}$$

$$= \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47!}{5! \cdot 47!} = \frac{52!}{5! \cdot 47!} = \binom{52}{5} \text{ st.}$$

allm att dra k element ur n är $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
är nCk på räknaren