1. Du skall göra en investeringsportfölj som innehåller dels en säker tillgång (statsobligation) som ger 3% ränta, dels i en aktie A som ger 7% förväntad avkastning, dels i en aktie som ger 9% förväntad avkastning. Volatiliteten för A är 0.2, för B 0.3 och deras korrelations-koefficient är –0.4. Ditt totala kapital är 100, och portföljens volatilitet får vara (högst) 0.1.

Om du investerar x i aktie A, y i aktie B och resten $100-x-y$ i statsobligationer innebär det att du skall lösa följande problem för att få maximal förväntad avkastning:

$$\max_{x,y}\ (100-x-y)0.03+0.07x+0.09y \text{ under bivillkoret}$$

$$0.2^2x^2+0.3^2y^2-0.2\cdot 0.3\cdot 0.4xy=0.1^2$$

a) Bestäm de optimala värdena på x, y och $100-x-y$.

b) Bestäm den förväntade avkastningen för den optimala portföljen.

<u>Svar:</u> a) $x=39.53$, $y=26.35$, $100-x-y=34.12$. b) 6.16%.

I de två följande uppgifterna är *durationen* något annorlunda definierad än tidigare (”modifoerad Macaulay-duration”), eftersom vi nu använder *kontinuerlig* förräntning.

2. Du har en betalström $a(t)=100+5t$, $0\le t\le 10$. Räntan *gottgörs kontinuerligt,* $r=0.04$.

a) Bestäm nuvärdet av betalströmmen. <u>Svar:</u> 1’016.55

b) Bestäm durationen av betalströmmen (durationen är $-P'(r)/P(r)$, där $P(r)$ är nuvärdet om (den kontinuerliga) räntan är r.)

(Gör uppgiften i första hand numeriskt.) <u>Svar:</u> 5.003 år

3. Du har en betalström $a_k=100+5k$, $k=1,\ldots 10$. Räntan *gottgörs kontinuerligt,* $r=0.04$.

a) Bestäm nuvärdet av betalströmmen. <u>Svar:</u> 1’016.68

b) Bestäm durationen av betalströmmen (durationen är $-P'(r)/P(r)$, där $P(r)$ är nuvärdet om (den kontinuerliga) räntan är r.) <u>Svar:</u> 5.496 år

4. En konsument har netto-nyttan $V(x,y,p,q)=U(x,y)-px-qy$ av att konsumera kvantiteterna x respektive y av två varor. $U(x,y)$ är brutto-nyttan, p och q är respektive priser. Konsumenten maximerar sin nettonytta över kvantiteterna x och y, som ger efterfrågefunktionerna $\hat{x}(p,q)$ och $\hat{y}(p,q)$. Visa i detta fall Slutsky-symmetrierna

$$\hat{x}'_q(p,q)=\hat{y}'_p(p,q).$$