Övningsuppgifter 5/10

Gör dessa bara om ni är klara med de tidigare uppgifterna.

1. En konsument har bruttonyttan $V(x) = 200x - 50x\ln(x)$ av att konsumera kvantiteten x av en viss vara. Nettonyttan (efter att han betalat för varan) är

$$U(x, p) = V(x) - px. \tag{1}$$

Konsumenten maximerar sin nettonytta över kvantiteten x.

a) Bestäm efterfrågefunktionen $x = x(p)$.

b) **Visa** ordentligt att konsumenten verkligen *maximerar* nettonytan.

c) Bestäm efterfrågans priselasticitet som funktion av priset.

d) Antag att priset är $p = 35$ (pengar per enhet). Bestäm konsumentöverskottet genom att beräkna en integral av efterfrågefunktionen.

e) Bestäm efterfrågan $x(35)$ och beräkna därefter nettonyttan för $p = 35$. Du skall alltså använda formeln (1). **Kontrollera** att denna nettonytta är densamma som konsument-överskottet du beräknade i d).

2. Bestäm *durationen* för en annuitet där penningflödet är 1'000 krionor per månad i tio år. Totalt alltså 120 betalningar. Antag att räntan är 5% per år för alla löptider (räntefaktorn för en månad är alltså $1.05^{1/12}$). Durationen definieras som

$$D^* = -\frac{1}{P(r)}\frac{d}{dr}P(r)$$

där $P(r)$ är nuvärdet av penningflödet som funktion av r. Det här går att göra analytiskt, eftersom $P(r)$ är en geometrisk summa. Derivatan av denna blir dock en aning komplicerad. Det är betydligt enklare att derivera summan termvis, och att beräkna summorna numeriskt på miniräknaren. Det är helt OK att göra så.

3. Fortsättning på uppgift 2. Antag att räntan i stället är 5.1%. Beräkna hur mycket mindre nuvärdet blir jämfört med då räntan är 5%, *dels* genom att använda ”durationsformeln”

$$\Delta P \approx -P\,D^*\,\Delta r,$$

dels genom att beräkna de två nuvärdena direkt.

4. a) Bestäm det största värde x kan anta om $2x^2 + xy + 3y^2 = 276$.

b) Låt $x(c)$ vara det största värde x kan anta om $2x^2 + xy + 3y^2 = c$. Använd envelope-satsen för att bestämma derivatan $x'(276)$.

Svar: 1a) $e^3 e^{-0.02p} \approx 20e^{-0.02p}$ b) Visa att $U(x, p)$ är konkav funktion av x. c) $-0.02p$

1d,e) $50e^{2.3}$ kronor 2) 4.416 år 3) 418.48 kronor (durationsformeln), 417.00 kronor

(Ekonomrna har en litet annorlunda, egendomlig, definition av modifierad duration, så de skulle få ett värde som avviker (mycket litet) från detta.) 4) Största värdet är $x = 12$. $x'(276) = 1/46$.