Uppgift 1.4.1 (Föreläsning 18/1)
Funktionen $y = y(x)$ definieras genom sambandet $x^3 + x^2y + y^3 + y = 2, \quad y(0) = 1$. Bestäm $y'(0)$.

Börja med att definiera bägge sidor med avseende på x:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3 + x^2y + y^3 + y\right) = \frac{\partial}{\partial x}(2) \Rightarrow$$
$$3x^2 + 2xy + x^2y' + 3y^2y' + y' = 0$$

Lös ut $y'(x)$:

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2xy + y'(x^2 + 3y^2 + 1) &= 0 \\ y'(x^2 + 3y^2 + 1) &= -3x^2 - 2xy \\ y'(x) &= -\left(\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + 3y^2 + 1}\right) \end{aligned}$$

Sätt in $x = 0$ och använd att $y(0) = 1$. Då får vi

$$y'(0) = -\left(\frac{3 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 \cdot 1}{0^2 + 3 \cdot 1^2 + 1}\right) = -\frac{0}{4} = 0$$