Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila

Tentamensskrivning, Matematik påbyggnadskurs 5B1304

Tisdagen den 23 augusti 2005, kl 8.00-13.00.

Preliminära betygsgränser för 3, 4 och 5 är 11, 15 och 19 poäng.
Tillåtet hjälpmedel är “Beta, Mathematics handbook”.

. . . .

1. Bestäm den allmänna lösningen till ekvationen $x^2y'' + xy' + 9y = 2x^{-1}$. (3p)

2. Vi betraktar ekvationen $xy'' + (1-x)y' = 0, \quad x > 0$.
a) Man kan visa att det finns koefficienter $a_0, a_1, ...$ så att $y = \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ är lösning till ekvationen. Ange en rekursiv formel för koefficienterna a_n och bestäm fyra första termer i serien. Ange också den allmänna lösningen till ekvationen.
b) Lös ekvationen med någon annan metod. (4p)

3. Bestäm koefficienterna a_0, a_1, a_2 och a_3 i Fourier-Legendre serien $\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$ till funktionen $f(x) = |x|, \quad -1 < x < 1$. (2p)

4. Skriv med hjälp av Fouriertransformen lösningen till ekvationen $y'(x) + ay(x) = f(x), \quad -\infty < x < \infty$ på integralform. Man antar att $a > 0$ och funktionen f är absolut integrerbar. (3p)

5. Lös problemet $u_x + 3x^2u_t = 3x^2, \quad u(x,0) = 1, \quad u(0,t) = 1, \quad t \geq 0, x \geq 0$ genom att Laplacetransformera ekvationen m. a. på t.
$(L\{u(x,t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st}u(x,t)\,dt\ )$ (4p)

v.g. vänd

6. Beräkna integralen $\oint_C xy\,dx + y^2\,dy + xz\,dz$, där C är triangeln med hörn i punkterna $(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)$ och C är orienterad medurs sedd från punkten $(1,1,1)$. (3p)

7. Beräkna integralen

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 - 3\sin\theta}.$$

Ledning: Med substitutionen $z = e^{i\theta}$ kan integralen förvandlas till en komplex integral. (3p)
