Matematiska Institutionen
KTH

Tentamensskrivning på kursen Algebra och kombinatorik för F3, 5B1302, 9 januari 2002, klockan 08.00-13.00.

Examinator: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: INGA HJÄLPMEDEL ÄR TILLÅTNA.
Gränser: 10 poäng ger betyget tre, 14 poäng ger betyget fyra och 18 poäng ger betyget fem.
Lösningarna måste, såvida inget annat anges, motiveras utförligt.

PROBLEM:

1. (2p) I ett RSA-krypto är $n = 77$ och $e = 43$. Dechiffrera meddelandet 9, dvs beräkna $D(9)$.

2. En felrättande kod har kontrollmatrisen ("check matrix")

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) (1p) Ange med motivering kodens minimiavstånd.
b) (1p) Ange två olika kodord.
c) (1p) Bestäm antalet kodord.
d) (1p) Avgör om ordet (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1) ligger på avståndet ett från något kodord. Bestäm isåfall detta kodord.

3. Betrakta det kromatiska polynomet $P(G, \lambda)$ till en graf G.
a) (1p) Visa att om grafen har minst en kant så är summan av alla koefficienter i $P(G, \lambda)$ lika med noll.
b) (1p) Rita en graf som har kromatiska polynomet $P(G, \lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda$.
c) (1p) Visa att det inte finns någon graf med det karaktäristiska polynomet $P(G, \lambda) = \lambda^3 - 4\lambda^2 + 3\lambda$.

4. (3p) Avgör om antalet surjektioner från mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ till mängden $\{a, b, c, d\}$ sådana att $f(1) \neq f(2)$, $f(3) \neq f(4)$ och $f(5) \neq f(6)$ är fler eller färre än 1000.

5. (3p) Bestäm samtliga delgrupper till den symmetriska gruppen S_4 som innehåller permutationerna (1 2) och (2 3).

6. (3p) Bestäm antalet olika klossar som kan till verkas om varje kloss har formen av en rätvinklig parallellepiped med kantlängderna 1 cm, 1 cm och 2 cm och klossen färgas i p stycken olika färger.

7. (3p) Visa att om elementet a i en grupp G har ordningen $r \cdot s$, där r och s är relativt prima, så är a en produkt av ett element i G med ordning r och ett annat med ordning s.

8. (3p) Bestäm antalet lösningar till ekvationen $x^{13} - x + 1 = 0$ i ringen Z_{1716}.