

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar till den 3 maj 2006 för Diskret matematik F3 F1spec.

1. Visa att om G är en graf med minst två noder så har minst två av noderna samma valens.
2. En acyklisk graf, dvs grafen saknar cykler, består av 143 noder och 100 kanter.
Hur många komponenter består grafen av.

3. Är följande grafer isomorfa?

a	b	c	d	e	f	respektive	1	2	3	4	5	6
b	a	a	a	b	c		2	1	2	3	2	1
c	c	b	e	d	d		4	3	4	5	4	3
d	e	f	f	f	e		6	5	6	1	6	5

4. Varför finns det ingen graf, utan loopar och multipla kanter, som har precis nio noder med valenserna
 - (a) 1,1,3,3,3,3,4,5,6.
 - (b) 1,1,1,1,2,3,4,6,7.

5. Betrakta en graf G utan multipla kanter och loopar. Låt e beteckna antalet kanter i G och v antalet noder. Visa att om

$$e > \left(\frac{v}{2}\right)^2$$

så kan inte G vara en bipartit graf.

6. Visa att varje planär graf utan loopar och multipla kanter har minst en nod vars valens är mindre än sex.
7. Visa att om en graf G , som saknar multipla kanter och loopar, har minst 11 noder så kan inte både G och dess komplement \bar{G} vara planära.
8. Visa att om G är planär och sammanhängande och om G saknar cykler av en längd mindre än k så gäller att

$$e \leq \frac{k}{k-2}(v-2),$$

där e betecknar antalet kanter och v antalet noder i grafen.

Använd sedan detta för att visa att den så kallade Petersens graf

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
b	a	a	c	b	a	d	b	c	f
c	h	d	e	d	g	f	g	h	e
f	e	i	g	j	j	h	i	j	i

inte är planär.

9. Rita grafer med följande egenskaper
 - (a) Eulersk men inte Hamiltonsk.
 - (b) Hamiltonsk men inte Eulersk.
 - (c) Både Eulersk och Hamiltonsk.
 - (d) Varken Eulersk eller Hamiltonsk.