

Institutionen för Matematik, KTH,
Olle Stormark.

5B1148 Flervariabelanalys, 5 poäng, för E1 vt 2007.

Flervariabelanalysen är en rättfram generalisering av envariabelsmatematiken till *funktioner av flera variabler* – som till exempel $z = f(x, y)$. Detta innebär att vi ska förstå hur man deriverar och integrerar flervariabelsfunktioner, hur man bestämmer extremvärden, och så vidare.

Kursmål enligt Studiehandboken.

Efter genomgången kurs SKALL studenten vara väl förtrogen med differential- och integralkalkyl för funktioner av flera variabler. Detta innebär att studenten SKALL KUNNA:

- förstå, tolka och använda ämnets grundbegrepp – gränsvärden för funktioner av flera variabler, kontinuitet, differentierbarhet, partiella derivator, funktionalmatriser och funktionaldeterminanter, gradienter, riktningsderivator och multipelintegraler;
- beräkna enklare gränsvärden för funktioner av flera variabler och avgöra huruvida sådana funktioner är differentierbara;
- beräkna partiella derivator, använda den allmänna kedjeregeln, samt använda koordinattransformationer för att lösa vissa enklare partiella differentialekvationer;
- bestämma funktionalmatrisen till en given funktion, samt använda denna matris för linjär approximering och för att avgöra om funktionen ifråga är lokalt inverterbar;
- använda Taylors formel i flera variabler för att med en viss noggrannhet approximera en given funktion med hjälp av ett Taylorpolynom;
- använda gradienten för bestämning av riktningsderivator samt tangentplan till nivåytor;

- beräkna vissa multipelintegraler;
- använda multipelintegraler vid beräkningar av areor, volymer och massor;
- lösa max- och minproblem för flervariabelsfunktioner – med eller utan bivillkor.

Kurslitteraturen utgörs av PERSSON-BÖIERS: ANALYS I FLERA VARIABLER, Studentlitteratur, samt tillhörande ÖVNINGAR I ANALYS I FLERA VARIABLER, Lunds Tekniska Högskola. Kan köpas på Studentkårens bokhandel.

Undervisningen ges i form av 25 föreläsningar och 12 övningar. Huvudsyftet med denna undervisning är att *avdramatisera matematiken*, så att åhörarna inser att den i grund och botten är tämligen *enkel*.

Examination: Kursen är uppdelad i *fyra moduler*, som var och en avslutas med en *kontrollskrivning* omfattande tre tal. Varje KS-tal ger maximalt 3 poäng, och för att få godkänt på en KS krävs minst 5 poäng sammanlagt. Den som fått godkänt på kontrollskrivning i (där $i = 1, 2, 3$ eller 4) får automatiskt full poäng på tentamenstal nummer i .

Tentamensskrivningen innehåller först 4 tal à 3 poäng svarande mot de fyra modulerna, och sedan 4 tal à 4 poäng vardera – så att maximala sammanlagda poängsumman är 28 poäng.

Inga hjälpmedel!

Betygsgränser: 14–18 poäng ger betyget 3, 19–24 poäng ger betyget 4, och 25–28 poäng ger betyget 5.

Kompletteringstentamen: Har du fått 13 poäng, så har du möjlighet att *komplettera* till godkänt betyg.

Ordinarie tentan ges tisdagen den 13:e mars.

OBS: Obligatorisk tentamensanmälan minst 14 dagar före tentan via Mina sidor!!!

Kursansvarig och föreläsare: Olle Stormark, som har e-postadressen olles@math.kth.se; den vanliga adressen är rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25, KTH, och telefonnumret är 7907206.

Övningsledare: Daniel Schnellman för grupp 1 och Fredrik Johansson för grupp 2.

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla ansvarar för registrering och betygsrapportering.

KURSPLANERING

Läsanvisningarna nedan refererar till de olika avsnitten i vår lärobok *Persson-Böiers: ANALYS I FLERA VARIABLER*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen *Övningar i analys i flera variabler*. De tal som inte hinns med i undervisningen lämnas till självstudier.

Observera för tydlighets skull att de avsnitt i boken som anges nedan SKALL KUNNAS!!!

MODUL 1: FLERVARIABELSFUNKTIONER OCH DERAS DERIVATOR

Föreläsning 1 17/1. **1.1–1.4:** \mathbb{R}^n , öppna, slutna och kompakta mängder, samt funktioner av flera variabler. *Tal:* 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.11(b), 1.13.

Föreläsning 2 18/1. **1.5, 1.6, 2.1:** Gränsvärden, kontinuitet och partiella derivator. *Tal:* 1.24(b),(d),(g), 1.25(a), 1.29(c), 2.1(d),(e), 2.2, 2.3.

Övning 1 18/1. *Tal:* 1.10, 1.14, 1.19, 1.23, 1.24(c),(e), 1.29(a), 2.1(a),(b), 2.4.

Föreläsning 3 19/1. **2.2, 2.3:** Differentierbarhet och kedjeregeln. *Tal:* 2.8(c), 2.11, 2.15(b), 2.18.

Föreläsning 4 22/1. **2.4:** Gradient och riktningsderivata. *Tal:* 2.22, 2.23, 2.28, 2.34, 2.39, 2.46.

Övning 2 22/1. *Tal:* 2.8(d), 2.10, 2.13, 2.17, 2.21, 2.30, 2.35.

Föreläsning 5 24/1. **2.5:** Derivator av högre ordning. *Tal:* 2.50, 2.52.

Föreläsning 6 25/1. Fortsättning av **2.5**. *Tal:* 2.56, 2.58, 2.59.

Övning 3 25/1. **KS 1** första timmen. Sedan talen 2.51, 2.53, 2.55 och 2.57.

MODUL 2: DIFFERENTIALKALKYL

Föreläsning 7 26/1. **2.6:** Taylors formel med tillämpning på lokala maxima och minima. *Tal:* 2.62, 2.64, 2.65.

Föreläsning 8 29/1. Fortsättning av **2.6**. *Tal:* 2.68, 2.69, 2.70, 2.81.

Övning 4 29/1. *Tal:* 2.60, 2.61, 2.63, 2.66, 2.67.

Föreläsning 9 31/1. **2.7, 3.1:** Differentialer, kurvor och ytor. *Tal:* 2.71 (b),(d), 2.73, 2.74, 3.1, 3.5, 3.7.

Föreläsning 10 1/2. **3.2, 3.3:** Funktionalmatriser och funktionaldeterminanter. *Tal:* 3.9(b),(d), 3.10(b),(d), 3.13, 3.14, 3.21, 3.22.

Övning 5 1/2. *Tal:* 2.72, 3.3, 3.4, 3.6, 3.8, 3.18.

Föreläsning 11 2/2. **3.4:** Implicita funktioner. *Tal:* 3.24, 3.27, 3.29, 3.31, 3.33.

Övning 6 5/2. **KS 2** första timmen. Sedan talen 3.23, 3.25, 3.28.

MODUL 3: MULTIPELINTEGRALER

Föreläsning 12 5/2. **6.1–6.3:** Dubbelintegraler. *Tal:* 6.2, 6.5, 6.11, 6.12, 6.15, 6.17.

Föreläsning 13 7/2. **6.4:** Variabelbyte. *Tal:* 6.19, 6.22, 6.25, 6.27.

Föreläsning 14 8/2 **6.6:** Generaliserade dubbelintegraler. *Tal:* 6.34, 6.35, 6.39, 6.41.

Övning 7 8/2. *Tal:* 6.1, 6.10, 6.14, 6.20, 6.26.

Föreläsning 15 9/2. **7.1, 7.2:** Trippelintegraler, samt cylindriska och sfäriska koordinater. *Tal:* 7.1, 7.3, 7.8, 7.11, 7.15.

Föreläsning 16 12/2. **8.1, 8.2:** Volymer samt areor av buktiga ytor. *Tal:* 8.2, 8.9, 8.15, 8.16, 8.17.

Övning 8 12/2. *Tal:* 6.37, 6.44, 7.4, 7.13, 8.4, 8.14.

Föreläsning 17 14/2. **8.3, 8.4:** Tröghetsmoment och masscentrum. *Tal:* 8.23, 8.24, 8.29, 8.31.

Övning 9 15/2. **KS 3** sista timmen. Sedan talen 8.14, 8.25, 8.28.

MODUL 4: OPTIMERING OCH KURVINTEGRALER

Föreläsning 18 15/2. **4.1:** Optimering på kompakta mängder. *Tal:* 4.3, 4.5, 4.8, 4.11, 4.15.

Föreläsning 19 16/2. **4.2:** Optimering på icke-kompakta mängder. *Tal:* 4.17, 4.19, 4.21, 4.22.

Föreläsning 20 19/2. **4.3:** Bivillkor. *Tal:* 4.26, 4.27, 4.30, 4.32.

Övning 10 19/2. *Tal:* 4.1, 4.6, 4.12, 4.25, 4.29.

Föreläsning 21 21/2. **9.1:** Kurvintegraler. *Tal:* 9.2, 9.3, 9.4, 9.6.

Föreläsning 22 22/2. **9.2, 9.3:** Greens formel. *Tal:* 9.9, 9.12, 9.13, 9.18, 9.24, 9.28.

Övning 11 22/2. *Tal:* 9.5, 9.10, 9.11, 9.14, 9.23.

Föreläsning 23 26/2. **9.4:** Potentialfunktioner. *Tal:* 9.30, 9.31, 9.35, 9.40, 9.46, 9.50.

Övning 12 28/2. **KS 4** sista timmen, sedan talen 9.29, 9.36, 9.38.

Föreläsning 24 28/2. **Repetition.**

Föreläsning 25 1/3. **Repetition.**