

5B1142 Lappskrivning 2, Version B
Lösningar

(1) Löses som uppg. (1), Version A.

(2) Ge exempel på

- (a) en funktion $h(x)$ sådan att $\int_0^1 h(x) dx$ är divergent;
(b) en funktion $g(x)$ sådan att $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$, och $\int_0^1 g(x) dx$ är konvergent.

Lösning:

(a) Ett exempel är $h(x) = \frac{1}{x}$. För detta exempel är

$$\int_{\varepsilon}^1 h(x) dx = \int_{\varepsilon}^1 \frac{dx}{x} = [\ln x]_{\varepsilon}^1 = -\ln \varepsilon \rightarrow \infty, \text{ då } \varepsilon \rightarrow 0^+.$$

Alltså är $\int_0^1 h(x) dx$ divergent.

(b) Ett exempel är $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$. För detta exempel

är

$$\int_{\varepsilon}^1 g(x) dx = \int_{\varepsilon}^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} = [2\sqrt{x}]_{\varepsilon}^1 = 2 - 2\sqrt{\varepsilon} \rightarrow 2, \text{ då } \varepsilon \rightarrow 0^+.$$

Alltså är $\int_0^1 g(x) dx$ konvergent.

(3) Löses som uppg. (3), Version A.