LAPPSKRIVNING 31/10 GUL LAPP

1. a) $\lim_{x\to\infty} x\cdot\sin\frac{1}{x} = \left[\begin{matrix} t=\frac{1}{x} & x\to+\infty \\ x=1/t & \Leftrightarrow \\ & t\to 0^+ \end{matrix}\right] = \lim_{t\to 0^+} \frac{\sin t}{t} = 1$.

b) $f'(x) = 1\cdot\ln(1+x^2) + x\cdot\frac{1}{1+x^2}\cdot 2x$

$\underline{f'(2) = \ln 5 + \frac{8}{5}}$.

—— x ——

2. $y'(x) = \frac{1}{1+(3x-2)^2}\cdot 3$

$y'(1) = \frac{3}{1+1^2} = 3/2$

Tangentlinjen är alltså på formen

$L(x) = \frac{3}{2}x + m$, m någon konstant.

$y(1) = \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$

m bestäms därför av

$L(1) = \frac{3}{2}\cdot 1 + m = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow m = \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$

Tangentlinjens ekvation är alltså

$L(x) = \frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4} - \frac{3}{2}$

—— x ——

$\boxed{\text{Gul forts}}$

3. $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-1}$

Söker först extrempunkter:

$$f'(x) = -e^{-x} \cdot \frac{1}{x-1} + e^{-1} \cdot \frac{-1}{(x-1)^2}$$

$$= -\frac{e^{-x}}{(x-1)^2}\left(x-1+1\right) = -\frac{xe^{-x}}{(x-1)^2}$$

$f'(x) = 0 \iff x = 0$, $f(0) = -1$

$$\left.\begin{array}{ll} f'(x) > 0 & \text{om } x < 0 \\ f'(x) < 0 & \text{om } 0 < x < 1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

0

lok. max !!

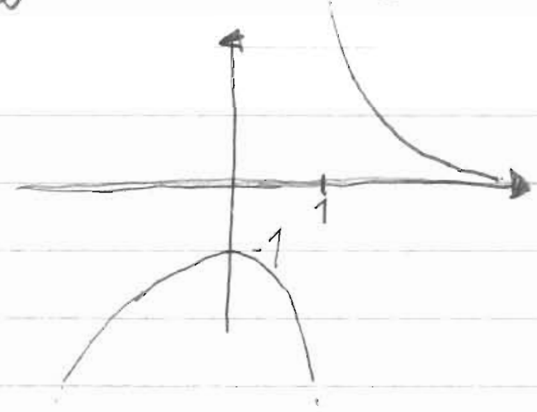
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ty e^{-x} växer snabbt

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ ty $x-1$ litet negativt då $x \to 1^-$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ ty $x-1$ litet positivt då $x \to 1^+$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$ ty e^{-x} mkt liten då x stort.

Skiss:



$x=1$ är en vertikal asymptot

$y=0$ horisontell asymptot då $x \to +\infty$

Då $\frac{f(x)}{x} \sim \frac{e^{-x}}{x^2} \to 0$ då $x \to -\infty$ saknas sned asymptot.

— $\times$ —