Kommentar till KS1:

Rosa 2:

Vad svarar ekvationen

$$3x^2+2xy-2y^2=1$$

mot geometriskt?

$$D = C^{-1}KC$$

$$K = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{29}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{29}}{2} \end{pmatrix} = D$$

olika tecken $\Rightarrow$ hyperbel

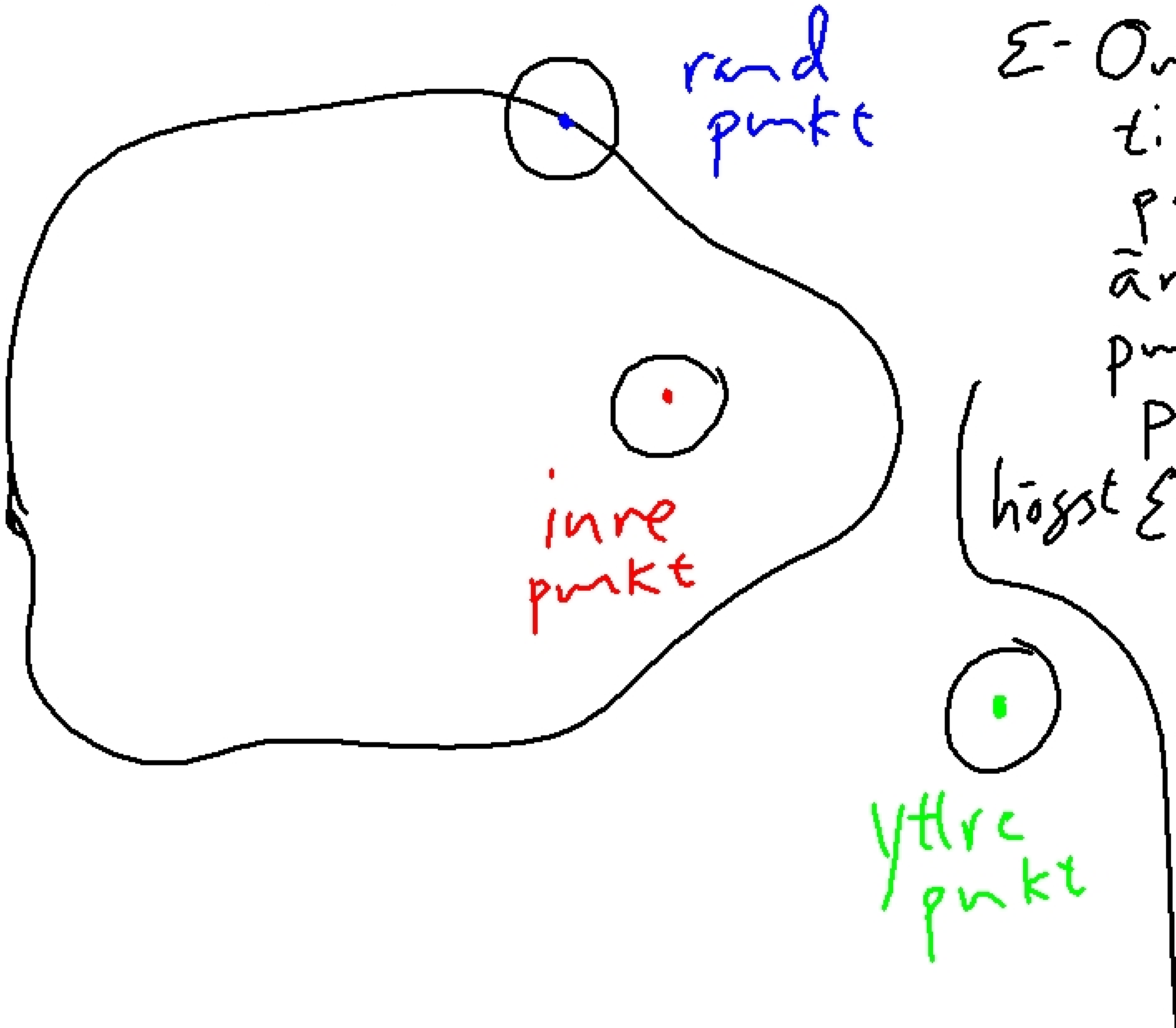
$$-7 = \det K = \det D = \frac{1}{\cancel{\det C}} \det K \cancel{\det C}$$

Vit 3:

$$\vec{x}_{\text{gamla}} = C\,\vec{x}_{\text{ny}}$$

kolonnvektorerna
nya basvektorerna
uttryckta
i gamla basen.

Funktioner av flera variabler:



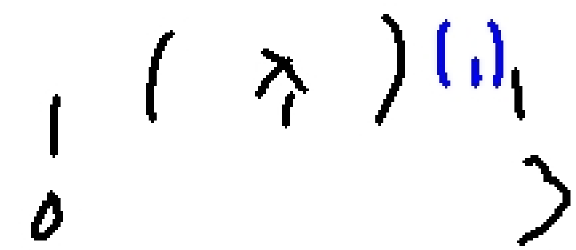
ε-Omgivning till en punkt $\vec{a}$ är alla punkter på avstånd högst ε från $\vec{a}$.

$$\{\vec{x} \text{ i } |\vec{x}-\vec{a}|<\varepsilon\}$$

Def: En mängd kallas öppen om alla dess punkter är inre punkter.

En mängd kallas sluten om den innehåller alla sina randpunkter.

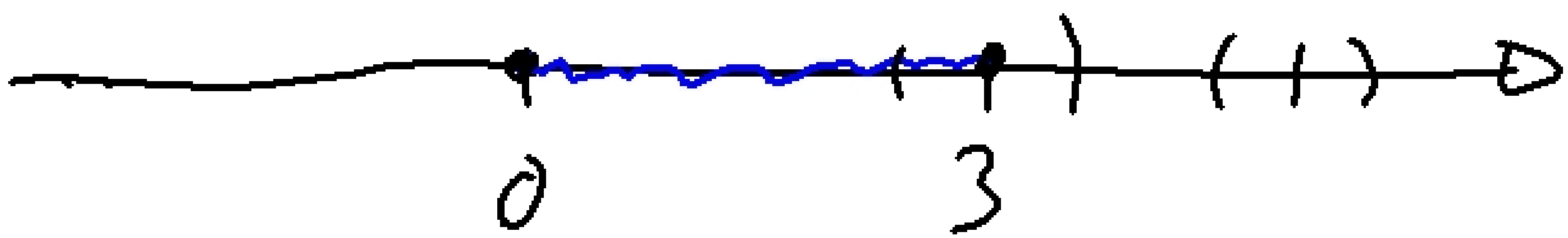
Ex: $(0,3)$ $\quad x \in (0,3)$



Finns $\varepsilon > 0$ $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \subseteq (0,3)$?

Ta $\varepsilon = \min\left(\frac{|x-0|}{2}, \frac{|x-3|}{2}\right)$

Ex: $[0,3]$ är en sluten mängd. Randpunkterna är $x=0$ och $x=3$.



Ex: $(0,3]$

0 är en randpunkt som inte tillhör mängden alltså är den inte sluten.

Intervallet är inte heller en öppen mängd för $x=3$ är ej en inre punkt.

Def: En mängd kallas begränsad om det finns ett klot centrerat i origo som innehåller mängden.

Ex: $[5,6]$ är begränsat för $(-7,7) \supseteq [5,6]$.

Ex: Är ytan $x^2 + y^2 = z$ begränsad?
Obegränsad för x, y kan ta godtyckliga värden.

Def: En mängd som är slutna och begränsad kallas kompakt.

Ex: $\{(x,y,z) ; x^2+y^2+z^2 \leq 1\}$.

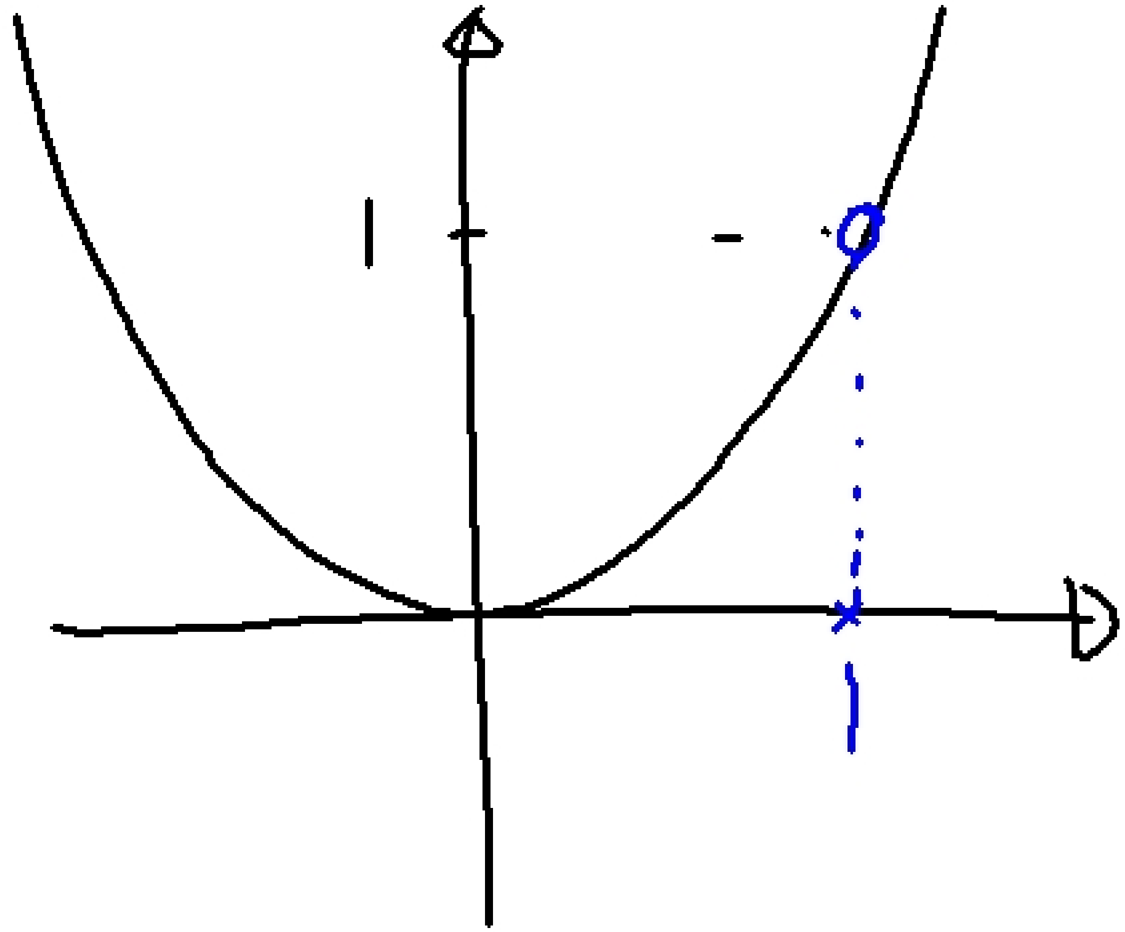
är en kompakt mängd

Ex: $\{(x,y,z) ; |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1\}$.

är kompakt.

"Kompakta mängder är motsvarigheten till slutna och begränsade intervall"

Funktioner av typ $\mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$



$y = x^2 \qquad t \to (t, t^2)$

När $x \to 1$ går
$y \to 1$.

$t \to 1 \qquad (t, t^2) \to (1,1)$.

$$t \to (x(t), y(t))$$

$t \to 1 \quad x(t) \to 1$
$\qquad\quad\; y(t) \to 1$

$$t \to (x(t), y(t))$$

$$|(x(t), y(t)) - (1,1)| \to 0$$

när $t \to 1$.

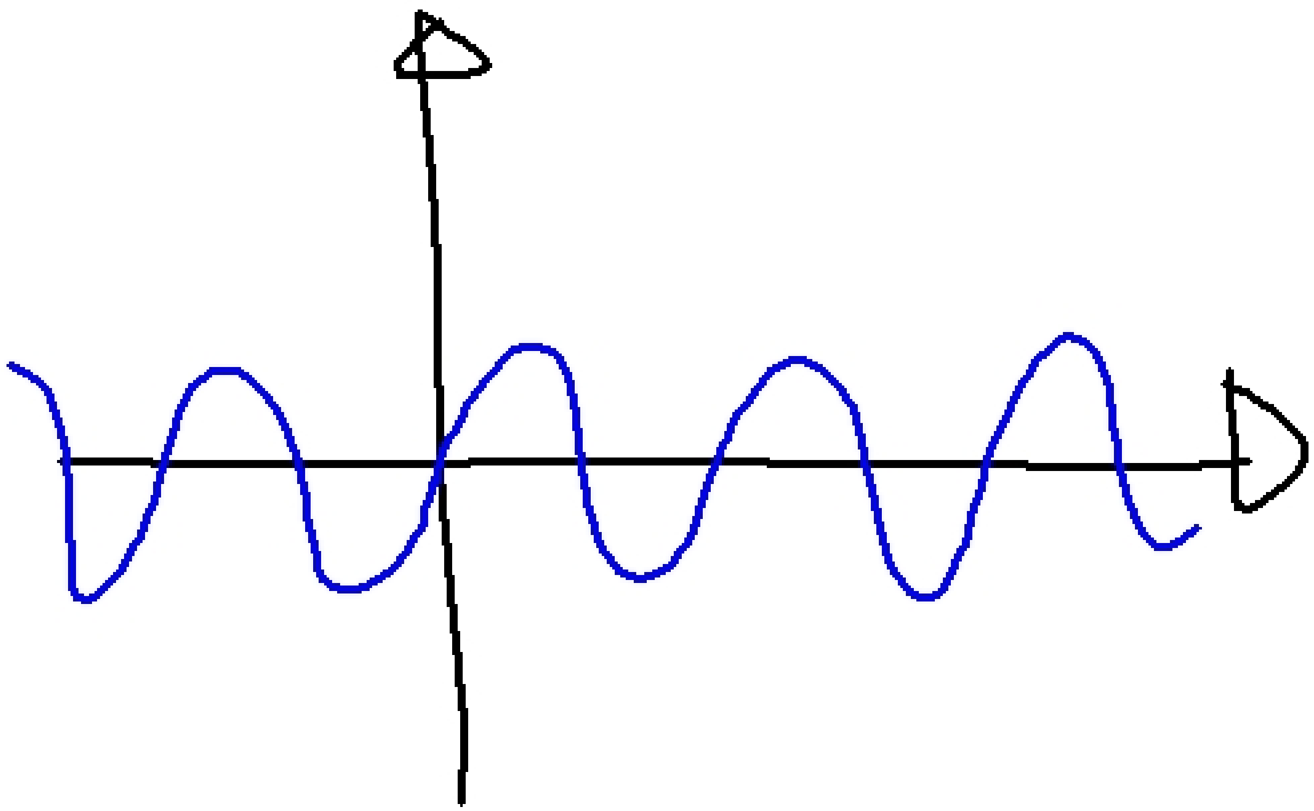
$$= |(x(t)-1, y(t)-1)| =$$

$$= \sqrt{(x(t)-1)^2 + (y(t)-1)^2} \to 0, \ t \to 1$$

om $x(t) \to 1$ och $y(t) \to 1$ när $t \to 1$.

Ex: Kan hända att $|(x(t), y(t))| \to \infty$ men $x(t)$ eller $y(t)$ saknar gränsvärde.

$t \to (t, \sin t)$



$$\lim_{t \to \infty} |(x(t), y(t))| = \infty$$

men

$\lim_{t \to \infty} y(t)$ existerar ej.

Ex/an: Bestim

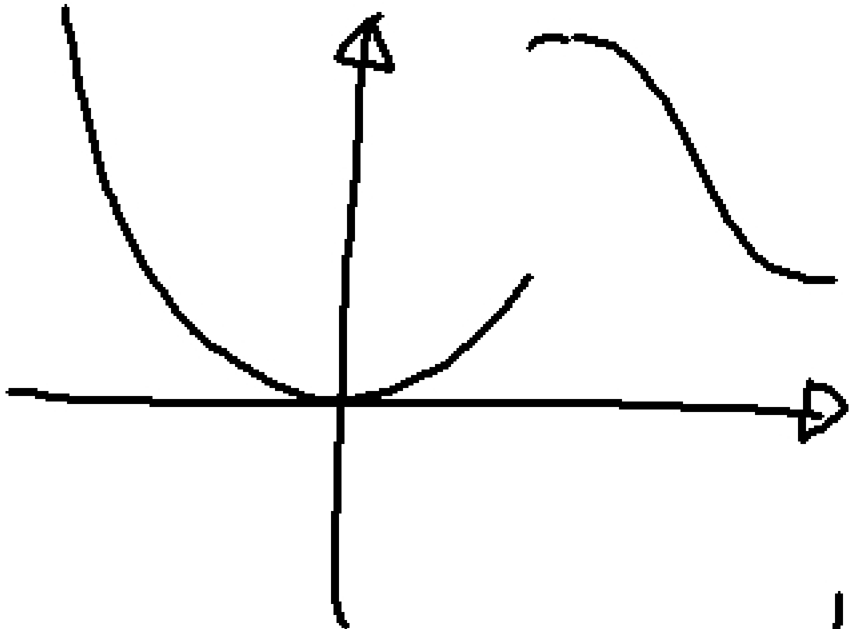
$$\lim_{t \to 3} \left(\cos \frac{3t\pi}{2},\ t^2,\ 1 \right) = (0, 9, 1)$$

Def: – $\displaystyle \lim_{t \to a} \vec{x}(t) = \vec{c}$

om $\displaystyle \lim_{t \to a} |\vec{x}(t) - \vec{c}| = 0.$

– $\displaystyle \lim_{t \to a} \vec{x}(t) = \infty$

om $\displaystyle \lim_{t \to a} |\vec{x}(t)| = \infty.$



inte kontinuerlig

Def: (Kontinuitet)

En funktion

$t \to \vec{x}(t)$

sägs vara kontinuerlig

i $t=a$ om

$$\lim_{t \to a} \vec{x}(t) = \vec{x}(a).$$

Ex:

$$t \to \left(\cos\frac{3t\pi}{2}, t^2, 1\right)$$

är kontinuerlig för komponenterna är kontinuerliga.

Ex/övn: Är funktionen

$t \to (\sin t, |t|, 4+t)$

kontinuerlig? Ja,

för $\sin t$, $|t|$, $4+t$ kontinuerliga.

Ex/övn: Är funktionen

$$t \to \begin{cases} (1+t, t^2) & t > 0 \\ (\cos t, 0) & t \le 0 \end{cases}$$

$(1+t, t^2) \to (1,0)$ $t \to 0^+$

$(\cos t, 0) \to (1,0)$ $t \to 0^-$

kontinuerlig?