

7 Kan hitta  $T, D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix}$

så att  $D = T^{-1}AT$ . ( $A$  symmetrisk  
 $\Rightarrow A$  diagonaliserbar)

$\lambda_i$  positiva för  $1 \leq i \leq n$

$\Rightarrow$  kan hitta  $C = \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sqrt{\lambda_n} \end{pmatrix}$

så att  $C^2 = D$ .

Låt  $B = TCT^{-1}$ .

Då är  $B^2 = TCT^{-1}TCT^{-1} = TC^2T^{-1} = TDT^{-1} = A$ .

8 Distinkta egenvärden  $\Rightarrow A$  diagonaliserbar.

Låt  $v_1, v_2, \dots, v_n$  vara bas  
av egenvektorer;  $Av_i = \lambda_i v_i$ .

Vi har  $P_A(\lambda) = (-1)^n \prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i)$

och  $P_A(A) = (-1)^n \prod_{i=1}^n (A - \lambda_i I)$

$\Rightarrow P_A(A)v_j = (-1)^n \prod_{i=1}^n (A - \lambda_i I)v_j =$   
 $= (-1)^n \prod_{i=1}^n (\lambda_j - \lambda_i)v_j = 0, 1 \leq j \leq n.$

$\therefore P_A(A)$  dödar alla basvektorer

$\Rightarrow P_A(A)$  är nollmatrisen