KTH Matematik
Harald Lang

Utantill!

Följande är lämpligt att kunna utantill från kursen i envariabelanalys. Detta är *utöver* självklara saker såsom räknelagarna för logaritmer, binomialkoefficienter, definition av derivata, derivatorna av de elementära funktionerna, etc.

Trigonometri

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Gränsvärden

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0 \text{ för alla } \alpha > 0.$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a^x}{x^\alpha} = \infty \text{ för alla } a > 1 \text{ och reella } \alpha.$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{a_n}{n}\right)^n = \exp(\lim_{n\to\infty} a_n)$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\sqrt[n]{n!} = n\,\theta_n \text{ där } \lim_{n\to\infty} \theta_n = e^{-1}$$

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots$$

$$\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots$$

$$\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \binom{\alpha}{1} x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \binom{\alpha}{3} x^3 + \cdots$$

<u>Integraler</u>

$$\int \tan x \, dx = -\ln(\cos x) \qquad \int \sin x \cos x \, dx = \frac{1}{2}\sin^2 x$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin x \, \cos x \qquad \int \sin^2 x \, dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sin x \, \cos x$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} \qquad \int \frac{x\,dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{2}\ln(a^2+x^2)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} \;\;, a > 0 \qquad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$