När det gäller att bevisa summaformler finns ett naturligt, och enklare (tycker jag) alternativ, nämligen teleskoperande serier. Detta kan läraren ta upp om han tycker det lämpligt.

Teleskoperande serier

Antag att att vi har två talföljder $\{a_j\}_{j=1}^n$ och $\{b_j\}_{j=1}^n$ sådana att

$$a_j = b_j - b_{j-1} \quad \text{för } j = 1, \cdots, n$$

Då gäller naturligtvis

$$\sum_{j=1}^n a_j = \sum_{j=1}^n (b_j - b_{j-1}) = (b_n - b_{n-1}) + (b_{n-1} - b_{n-2}) + (b_{n-2}) + b_{n-3}) + \\ \cdots + (b_2 - b_1) + (b_1 - b_0) \\ = b_n - b_0$$

Vi kan tillämpa detta på t.ex. 1203 i övningsboken. Låt

$$b_j = \frac{j(4j^2 - 1)}{3}$$

Då är

$$b_j - b_{j-1} = \frac{j(4j^2 - 1) - (j-1)\big(4(j-1)^2 - 1\big)}{3} = \frac{12j^2 - 12j + 3}{3} \\ = 4j^2 - 4j + 1 = (2j - 1)^2$$

Alltså är

$$\sum_{j=1}^n (2j - 1)^2 = b_n - b_0 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}$$

Quad Erat Demonstrandum.