

Lösningförslag till Lappskrivning 3 i 5B1121 Matematik baskurs
5 oktober 2005 kl 10.15-11.15

1. **Finn alla reella tal x som uppfyller att $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.**

$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ gäller om och endast om $2x + \pi/6 = \pi/6 + n2\pi$ eller $2x + \pi/6 = 5\pi/6 + n2\pi$, n heltal. Detta i sin tur gäller om och endast om $2x = n2\pi$ eller $2x = 4\pi/6 + n2\pi$, n heltal, vilket är ekvivalent med att $x = n\pi$ eller $x = \pi/3 + n\pi$, där n får vara vilket heltal som helst.

Svar: $x = n\pi$ eller $x = \pi/3 + n\pi$, där n får vara vilket heltal som helst.

2. Låt $z = \sqrt{2}e^{i\pi/6}$. Skriv z^{10} på rektangulär form (dvs på formen $a + ib$).

$$\begin{aligned} z^{10} &= \left(\sqrt{2}e^{i\pi/6}\right)^{10} \\ &= (\sqrt{2})^{10} e^{i10\pi/6} \\ &= 32\left(\cos \frac{10\pi}{6} + i \sin \frac{10\pi}{6}\right) \\ &= 16 - 16\sqrt{3}i \end{aligned}$$

Svar: $16 - 16\sqrt{3}i$

3. Bestäm $\arcsin\left(\sin \frac{7\pi}{6}\right)$ och $\arccos\left(\sin \frac{11\pi}{3}\right)$.

Svar: $-\pi/6$ respektive $5\pi/6$