

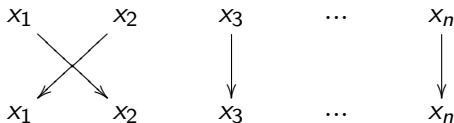
Permutationer

April 3 2006

Definition

En permutation av typ $[1^{n-2}2]$:

$$(x_1 x_2)(x_3)(x_4) \dots (x_n) = (x_1 x_2)$$



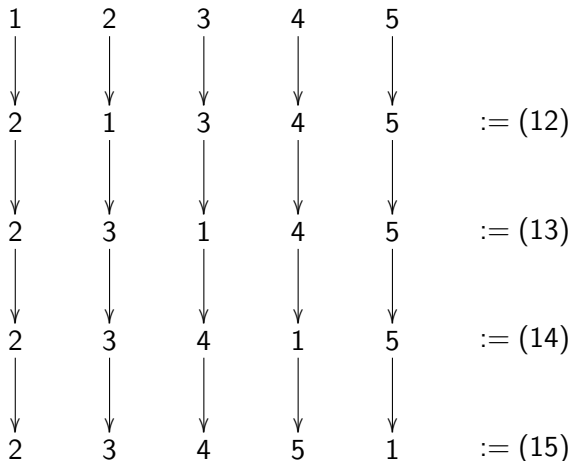
kallas **transposition**.

Exempel

$$(15) = [52341].$$

Exempel

Betrakta cykeln $(15342) = (15)(14)(13)(12)$:



Anmärkning

Varje cykel av längd k kan skrivas som en sekvens av $k - 1$ transpositioner:

$$(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_k)(x_1 x_{k-1}) \dots (x_1 x_2)$$

Vi kallar detta en transposition-upplösning.

Exempel

$$[14576832] = (1)(2473568) = (28)(26)(25)(23)(27)(24).$$

SATS

Antalet transpositioner i en transposition-upplösning av en permutation σ är entydigt bestämt.

Vi kan definera en function :

$$\text{sign} : \mathcal{S}_n \rightarrow \{-1, 1\} :$$

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{om antalet transpositioner i en transp.-upplösning} \\ & \text{är jämnt.} \\ -1 & \text{om antalet transpositioner i en transp.-upplösning} \\ & \text{är odda.} \end{cases}$$

Exempel

- ▶ $\text{sign}([14532687]) = 1$.
- ▶ För varje cykel σ av längd k är $\text{sign}(\sigma) = (-1)^{k-1}$.
- ▶ Om en permutation σ skrivs som $\sigma = \tau_1 \cdot \dots \cdot \tau_d$ i cykel-form, då är:

$$\text{sign}(\sigma) = \text{sign}(\tau_1) \cdot \dots \cdot \text{sign}(\tau_d).$$

- ▶ $\text{sign}([15482673]) = \text{sign}((1)(25)(348)(6)(7)) = (-1)(-1)^2 = -1$.