

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar på grafer, boolesk algebra och funktioner och relationer inför tentamensskrivningen.

OBSERVERA Tentamensskrivningen omfattar alla moment på kursen även den sk del B.

1. Bestäm en minimal disjunktiv form till den booleska funktionen

$$f(x, y, z, w) = x\bar{y} + xyz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz\bar{w}.$$

2. Låt funktionen $f : R \rightarrow R$ där R betecknar de reella talen vara definierad genom

$$f(x) = 2x - 3.$$

Visa att f är en bijektiv funktion.

3. För vilka värden på m och n har den kompletta bipartita grafen $K_{n,m}$ en Eulerkrets.
4. En graf, utan loopar och multipla kanter, har 10 kanter och alla noder har samma valens. Vilka möjligheter finns det för antalet noder.

OCH NÅGRA KANSKE SVÅRARE PROBLEM.

5. Låt $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ och definiera en relation R på $N \times N$ genom

$$(a, b)R(c, d) \quad \text{om} \quad ad = bc.$$

Visa att R är en ekvivalensrelation.

6. Betrakta en graf utan loopar och multipla kanter. Låt M beteckna den största valensen för en nod i grafen och låt m beteckna den minsta valensen. Visa att

$$m \leq \frac{2e}{n} \leq M$$

där e betecknar antalet kanter och n betecknar antalet noder.

7. Betrakta en graf utan loopar och multipla kanter. Visa att om $e > \left(\frac{n}{2}\right)^2$ så kan inte grafen vara bipartit.

Lösningar planeras att ges i morgon onsdag på kurshemsidan.

Svar:

1. $xz + \bar{y}\bar{z} + yz\bar{w}$.
- 2.
- 3.
4. m och n jämna tal.
5. 5, 10 och 20.
- 6.