Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nr 3, variant B, på kursen Diskret matematik, 5B1118, för Media 1, fredagen den 22 april.

1. Beräkna följande tal:
   a) $\binom{8}{6}$, b) $\binom{7}{2,3,1,1}$, samt c) $S(8,3)$ där du får reda på att $S(7,2) = 63$ och $S(7,3) = 301$.
   Lösning: a)
   $$\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \frac{8 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 28.$$

   b)
   $$\binom{7}{2,3,1,1} = \frac{7!}{2! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(1 \cdot 2) \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (1) \cdot (1)} = 420.$$

   c) Enligt känd formel: $S(8,3) = S(7,2) + 3S(7,3) = 63 + 3 \cdot 301 = 966.$

2. Nio identiska bollar läggs i fyra olika lådor så att den sista lådan innehåller minst en boll. På hur många olika sätt kan detta ske.
   (Du behöver **ej** svara med ett heltal. Det räcker med ett formeluttryck.)

   Lösning: Vi börjar med att lägga i en boll i låda nummer ett. Återstår nio bollar att placera i de fyra lådorna. Antalet sätt att fördela dessa åtta bollar på är enligt känd formel
   $$\binom{8+3}{3}.$$

3. Bland sju flickor och åtta pojkar skall en grupp bestående av fem flickor och tre pojkar utses. Pojken A kan inte vara i samma grupp som pojken B och flickan C kan inte vara i samma grupp som flickan D. Hur många olika delgrupper kan utses? (Däremot kan t ex pojken A och flickan C vara i samma grupp.)
   (Du behöver **ej** svara med ett heltal. Det räcker med ett formeluttryck.)

   Lösning: Totalt finns $\binom{8}{3}$ sätt att välja pojkar på men antalet otillåtna val är $\binom{6}{1}$ eftersom om A och B ingår i samma grupp skall man välja till ytterligare en bland de resterande sex pojkarna. Antalet möjliga val av pojkar är då $\binom{8}{3} - \binom{6}{1}$. På samma sätt blir antalet val av flickor $\binom{7}{5} - \binom{5}{3}$. Alla kombinationer av grupper av pojkar och flickor är tillåtna så
   Svar:
   $$(\binom{8}{3} - \binom{6}{1}) \cdot (\binom{7}{5} - \binom{5}{3}).$$