

Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till grupptal inför lappskrivning 4 media.

1. a) Ja, ty tabellen är symmetrisk med avseende på tabellens huvuddiagonal.
- b) Bestäm identitets-element och bestäm inverser till alla element. a är ett identitets-element eftersom $aa = a$, $ab = b$, $ac = c$, $ad = d$, $af = f$, $ag = g$, $ba = b$, $ca = c$, $da = d$, $fa = f$, och $ga = g$. Obs alla element måste kontrolleras. Vidare $bb = a \Rightarrow b^{-1} = b$, $cd = a \Rightarrow c^{-1} = d$, $d^{-1} = c$, $fg = a \Rightarrow f^{-1} = g$, $g^{-1} = f$.
- c) d) Elementet a måste ingå. Kollar alla andra element x om $\{a, x\}$ bildar en grupp. Likadant för delgrupper om tre element.
- e) Nej enligt kontrollen under c) och d).
- f) $abcdef$ finns ju ej då e inte ingår i gruppen, Gruppen är abelsk och då blir $ac^{-1}d^2cd^{-1} = ac^{-1}cddd^{-1} = aada = d$ och $f^3g = fffg = dfg = bg = d$.

2. Vi multiplicerar modulo 7 och får tabellen

·	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

Genom att testa alla element finner vi det givna svaret, t ex $2^3 = 1$, osv

3. Nej, men i och för sig är gruppen sluten med avseende på den definierade operationen, elementet a fungerar som identitets-element och varje element har en invers. Men associativa lagen gäller inte allmänt, t ex $b(cc) = ba = b$ medan $(bc)c = dc = f$. Elementen b , c och c fann jag efter några försök att hitta element som inte uppfyllde associativa lagen.
4. Man skriver upp additionstabellen och utnyttjar att om a tillhör en delgrupp så tillhör $a + a$, $a + a + a$ och så vidare delgruppen. Vidare om a och b skall tillhöra en delgrupp så måste $a + a + a + b + b$ och så vidare ligga i delgruppen. Efter lite testande får vi det givna svaret.
5. Vi ser att enda möjliga identitets-element är elementet a . Detta ger att rad ett och kolonn ett kan skrivas ner. Vi utnyttjar sedan att tabellen är en sk latinsk kvadrat. Detta ger att rad två kan fullbordas och därefter kolonn tre. Fortsätt sedan på samma sätt.