

Matematiska Institutionen
KTH

Några grupp inför lappskrivning 4 media.

1. Betrakta följande abstrakt definierade multiplikationstabell till en grupp G :

\circ	a	b	c	d	f	g
a	a	b	c	d	f	g
b	b	a	f	g	c	d
c	c	f	d	a	g	b
d	d	g	a	c	b	f
f	f	c	g	b	d	a
g	g	d	b	f	a	c

- a) Är gruppen abelsk?
 b) Bestäm identitets-element och bestäm inverser till alla element.
 c) Bestäm en delgrupp med två element.
 d) Bestäm en delgrupp med tre element.
 e) Har gruppen fler delgrupper med två eller tre element?
 f) Beräkna $abcdef$, $ac^{-1}d^2cd^{-1}$ och f^3g .
2. Skriv upp multiplikationstabellen till gruppen $\langle Z_7 \setminus \{0\}, \cdot \rangle$. Bestäm också samtliga element x i denna grupp sådana att $x^3 = 1$.
3. Är följande tabell multiplikationstabell till en grupp?

\circ	a	b	c	d	f
a	a	b	c	d	f
b	b	a	d	f	c
c	c	f	a	b	d
d	d	c	f	a	b
f	f	d	b	c	a

4. Bestäm samtliga delgrupper till $\langle Z_8, + \rangle$.
5. Komplettera följande tabell så att det blir en multiplikationstabell till en grupp.

\circ	a	b	c	d	f
a	a	b	c		
b		c		f	a
c	c	d		a	
d			a		c
f			b		

Svar:

1. a) Gruppen är abelsk, b) a är identiteselement, $b^{-1} = b$, $c^{-1} = d$, $d^{-1} = c$, $f^{-1} = g$, $g^{-1} = f$.
 c) $H = \{a, b\}$, d) $K = \{a, c, d\}$, e) nej, f) $abcdef$ gick ej att beräkna, $ac^{-1}d^2cd^{-1} = d$, $f^3g = d$.

2.

·	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	1	3	5
3	3	6	2	5	1	4
4	4	1	5	2	6	3
5	5	3	1	6	4	2
6	6	5	4	3	2	1

De x som uppfyller $x^3 = 1$ är $x = 2$, $x = 4$ och $x = 1$.

3. Nej.

4. $H_0 = \{0\}$, $H_2 = \{0, 4\}$, $H_4 = \{0, 2, 4, 6\}$, $H_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

5.

○	a	b	c	d	f
a	a	b	c	d	f
b	b	c	d	f	a
c	c	d	f	a	b
d	d	f	a	b	c
f	f	a	b	c	d