KTH Matematik

5B1118 Diskret Matematik
ExtraKontrollskrivning
19 Maj, 2004

Kontrollskrivning 1

(1) (3p) Hitta alla positiva heltal som uppfyller

$$21m + 66n = 30$$

(2) (3p) Låt $M = \{x \in \mathbb{Z} \text{ så att } |x| \leq n\}$ och $P(M)$ vara mängden av delmängder till M. Visa att $|P(M)| = 4^n$.

(3) (3p) Hitta alla lösningar modulo 3 av ekvationer

$$x + y = 0$$

dvs alla lösningar i $\mathbb{Z}_3$.

Kontrollskrivning 2

(1) (3p) Bestäm antalet heltal lösningar till ekvationen:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 28$$

med $x_i > 0$ för $i = 1, 2, 3$, och $x_4 \geq 2$.

(2) (3p) Hur många olika ord med 5 bokstäver kan man bilda med bokstäverna i ordet DISKRET?

(3) (3p) Visa att

$$(x + y)^3 \equiv_3 x^3 + y^3$$

Kontrollskrivning 3

(1) (3p)
- Rita en graf med incidensmatris:

$$A_G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Är G Eulersk? (Motivera ditt svaret.)
- Bestäm $\chi(G)$.

(2) (3p) Rita den bipartita grafen $K_{3,6}$. Hur många 3-cyklar finns i grafen?

(3) (3p) Låt $G = (E, V)$ vara en enkel graf och $G^* = (E^*, V^*)$ vara den duala grafen (samma noder där två är förbundad precis när de inte är förbundad i G). Bestäm $|E| + |E^*|$ om $|V| = 7$.

Kontrollskrivning 4

(1) (3p) Betrakta följande funktion:

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \quad f(n) = n + n^2$$

(a) Är f injektiv?
(b) Är f surjektiv?
(c) Är f bijektiv?

(d) (3p) Betrakta gruppen $(\mathbb{Z}_7, +)$
  (i) Bestäm ordningen av varje element i gruppen;
  (ii) Beskriv alla delgrupper (alla är cykliska).

(e) (3p) Betrakta följande permutationer $\sigma, \tau \in \mathbb{S}_8$:

$$\sigma = [35472816], \quad \tau = [12436587]$$

  (i) Bestäm $(\tau^{-1})^2$.
  (ii) Bestäm $\tau^{-1} \circ \sigma \circ \tau$