

Matematiska Institutionen
KTH

Övningstal till Diskret Matematik CL torsdagen den 27 november

- Bestäm inversen till elementet 111 i ringen Z_{211} . Ange också de element i denna ring som saknar inverst element.
- Ange de element i ringen Z_{21} som saknar inverser.
- Bestäm $43^{2019} \pmod{41}$.
- Visa att ett tal n skrivet i tiosystemet som $n = (a_t a_{t-1} \dots a_2 a_1 a_0)_{10}$ är delbart med 11 om och endast om den alternerande siffersumman

$$a_t(-1)^t + a_{t-1}(-1)^{t-1} + a_{t-2}(-1)^{t-2} + \dots + a_2 - a_1 + a_0$$

är delbar med 11.

- Lös ekvationssystemet nedan i ringarna Z_{11} respektive Z_{12} :

$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ 3x - 3y = 2 \end{cases}$$

- Lös ekvationen $(5x - 1)(3x + 5) = 0$ i ringen Z_{62} .
- Visa att om p är ett primtal så har ekvationen $x^2 = 1$ precis två lösningar i ringen Z_p . Bestäm också antalet lösningar till denna ekvation i ringen Z_{12} .
- Låt A , B och C beteckna nedanstående mängder i det universum som består av de naturliga talen:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad B = \{2, 4, 6, 8, 10\}, \quad C = \{3, 6, 9, 12\}.$$

Bestäm de element som tillhör mängden

$$((A \cup B^C) \cap C) \setminus A.$$

- Visa att $A \cap B = C$ och $B \cup C = A$ så måste $A = B = C$.
- Ange samtliga delmängder till mängden $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$.