Matematiska Institutionen
KTH

**Övningstal till Diskret Matematik CL torsdagen den 3 februari**

1. Visa att

   a) $\sum_{m=1}^{n} \frac{1}{m(m+1)} = \frac{n}{n+1}$

   b) $\sum_{m=n}^{2n-1} \frac{1}{m(m+1)} = \frac{1}{2n}$

2. Visa med hjälp av ett induktionsbevis att om $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ för $n = 2, 3, 4, \ldots$ med $a_0 = 4$ och $a_1 = 11$ så är $a_n = 2^n + 3^{n+1}$ för $n = 0, 1, 2, \ldots$.

3. Visa att $2^n + 3^n < 4^n$ för $n = 2, 3, 4, \ldots$ .

4. Ange explicit en bijektion mellan mängderna $\{0, 2, 4, 6, \ldots\}$ och $\{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$.

5. Är funktionen $f \colon N \to Z$ definierad av $f(n) = n$ för alla $n \in N$ inverterbar?

6. Vi definierar en relation på mängden av hela tal $Z$ genom att låta $n \sim m$ om $n \equiv m \pmod 7$. Visa att $\sim$ är en ekvivalensrelation på $Z$ och ange samtliga ekvivalensklasser

7. Visa att följande delmängd till $N \times N$ inte definierar en ekvivalensrelation på $N$:

   $$R = \{((1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (2,1), (3,2), (2,3)\}.$$

   Beskriv en delmängd $R'$ till $N \times N$ sådana att $R'$ är en ekvivalensrelation på $N$ och $R \subseteq R'$.

8. För en relation $\sim$ som är transitiv och symmetrisk gäller ju att om $a \sim b$ så $b \sim a$ och därmed på grund av transitiviteten att $a \sim a$ och $b \sim b$. Man skulle kunna lockas till att tro att en transitiv och symmetrisk relation också är reflexiv. Stämmer detta?