

Matematiska Institutionen
KTH

Övningstal till Diskret Matematik CL tisdagen den 5 april, den andra lektionstimmen.

Uppvärmning.

1. Låt C_2 och C_3 beteckna cykliska grupper med två respektive tre element.
 - a) Skriv upp multiplikationstabellerna för C_2 och C_3 .
 - b) Skriv upp multiplikationstabellerna för $C_2 \times C_2$, $C_2 \times C_3$ och $C_3 \times C_3$.
2. Betrakta den symmetriska gruppen S_7 och elementen

$$\varphi = (1\ 2\ 3\ 4)(5\ 6\ 7) \quad \psi = (1\ 2)(3\ 4)(5\ 6)(7)$$

i denna grupp. Beräkna $\varphi\psi$, $\psi\varphi$ och φ^{-1} .

Betyget tre uppgifter.

3. Låt φ och ψ vara som ovan. Bestäm ordningarna av elementen φ , ψ , $\varphi\psi$ och $\psi\varphi^3$. Avgör också vilka av dessa permutationer som är udda respektive jämna
4. Beräkna $\psi^{-1}\varphi^{-1}$.
5. Bestäm ordningarna hos elementen i grupperna $C_2 \times C_2$, $C_2 \times C_3$ och $C_3 \times C_3$ ovan.

Betyget fyra uppgifter.

6. Visa att grupperna $C_2 \times C_3$ och $(Z_6, +)$ är isomorfa.
7. Visa att grupperna $C_2 \times C_4$ och C_8 inte är isomorfa.

Betyget fem uppgifter.

8. Låt φ och ψ vara som ovan. Undersök om det finns någon delgrupp till S_7 med 12 element som innehåller både φ och ψ .
9. Bestäm den minsta delgrupp till S_4 som innehåller de bägge permutationerna $(1\ 2)(3\ 4)$ och $(1\ 2\ 3)$.

Några svar och ledningar.

2. $\varphi\psi = (1\ 3)(2)(4)(5\ 7)(6)$, $\psi\varphi = (1)(2\ 4)(3)(5)(6\ 7)$, $\varphi^{-1} = (1\ 4\ 3\ 2)(5\ 7\ 6)$.
3. Ordningarna är respektive 12, 2, 2, 2 och endast $\varphi\psi$ och $\psi\varphi^3$ är jämna.
4. $(1\ 3)(2)(4)(5\ 7)(6)$.
5. Förutom ordning ett har elementen i $C_2 \times C_2$ ordningarna 2, elementen i $C_2 \times C_3$ ordningarna 2, 3 och 6 samt i $C_3 \times C_3$ ordningen 3.
8. Undersök olika produkter som man kan bilda med hjälp av φ och ψ .
9. Den delgrupp till S_4 med 12 element som består av alla jämna permutationer.