Kontrollskrivning 4, onsdagen 11 augusti. Linjär Algebra

Varje uppgift bedöms med maximalt 3 poäng. Skriv på detta blad.

1. Bestäm matrisen till $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ där $T(x, y, z) = (2x+y-z, 4z+x)$.

2. Låt $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vara given av matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Finns det någon punkt i $\mathbb{R}^3$ som inte ligger i bilden av T?

3. Låt $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ vara rotation moturs omkring origo med vinkel $\frac{1}{4}\pi$ radianer. Bestäm matrisen till T^{18}.

Namn och personnummer.

FACIT: Kontrollskrivning 4, onsdagen 11 augusti. Linjär Algebra

Uppgift 1. Matrisrepresentation av T med avseende på standardbasen är

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Uppgift 2. Determinanten till matrisen är

$$\begin{aligned} & 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} \\ =& (28 - 39) - 2(21 - 25) + 3(18 - 20) = 0. \end{aligned}$$

Följdaktligen är avbildningen ej surjektiv, och det finns punkt som inte är i bilden.

Uppgift 3. Vi har att T^8 är identitetsavbildningen, och därför är $T^{18} = T^2$ som är en rotation med $2 \cdot \frac{\pi}{4}$ radianer. Matrisrepresentationen för detta är

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$