
Kontrollskrivning 1, tisdagen 3 augusti. Linjär Algebra

Varje uppgift bedöms med maximalt 3 poäng. Skriv svar på detta blad.

1. Skriv det komplexa talet $\frac{1+i}{2-i} + (1+2i)^2$ på formen $a + bi$.
2. Lös ekvationen $z^2 - (2+2i)z + 2 = -2i$.
3. Skriv talet $(2+4i)^{-1}(4+8i)^2(6+12i)^3(8+16i)^{-4}$ på formen $a + bi$.

Namn och personnummer.

FACIT till Kontrollskrivning 1, tisdagen 3 augusti. Linjär Algebra

Uppgift 1. Vi har att $(2-i)^{-1} = \frac{1}{5}(2+i)$ och $\frac{1}{5}(2+i)(1+i) = \frac{1}{5}(1+3i)$. Vi har att $(1+2i)^2 = (1-4+2i+2i) = -3+4i$. Det sökta uttrycket blir

$$\frac{1}{5}((1+3i) + (-15+20i)) = \frac{1}{5}(-14+23i).$$

Uppgift 2. Vi har att

$$z^2 - (2+2i)z = (z - (1+i))^2 - (1+i)^2 = (z - (1+i))^2 - 2i.$$

Ekvationen vi söker lösningar till är

$$(z - (1+i))^2 + 2 = 0.$$

Detta ger att $z - (1+i) = \pm\sqrt{2}i$, och följaktligen att

$$z = 1 + i(1 \pm \sqrt{2}).$$

Ej kompletta lösningar Om det förekommer rotuttryck av icke-reella tal, typ vid användning av p, q -formeln, men annars korrekt: 1 poäng.

Uppgift 3. Vi låter $z = 1 + 2i$. Det sökta uttrycket är

$$\frac{1}{2z}(4z)^2(6z)^3 \frac{1}{(8z)^4} = \frac{4^2 \cdot 6^3}{2 \cdot 8^4} = \frac{3^3}{2^6}.$$