Kontrollskrivning 1, tisdagen 3 augusti. Envariabel Analys

Varje uppgift bedöms med maximalt 3 poäng. Skriv svar på detta blad.

1. Bestäm inversen till funktionen $f(x) = 1 + e^{3+2x}$.

2. Finn alla reella tal x som uppfyller ekvationen $\cos 2x = -\sqrt{3}/2$.

3. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+2^x+\ln x}{x^2+3^x}$.

Namn och personnummer.

FACIT till Kontrollskrivning 1, tisdagen 3 augusti. Envariabel Analys

Uppgift 1. Låt $y = 1 + \exp^{3+2x}$. Vi har därmed att $\exp^{3+2x} = y - 1$, och att

$$3 + 2x = \ln(y-1) \quad y \geq 1.$$

Detta ger att

$$x = \frac{1}{2}\ln(y-1) - \frac{3}{2}.$$

Ej kompletta lösningar: Ett poäng om det finns något argument för existens av invers. Typ, samansätning av inverterbar funktioner.

Uppgift 2. Ekvationen $\cos(u) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ har lösningarna $u = \frac{5}{6}\pi$ och $u = \frac{7}{6}\pi$ på intervallet $[0, 2\pi)$. Alla lösningar är därmed

$$u = \frac{5}{6}\pi + 2\pi n \quad \text{och} \quad u = \frac{7}{6} + 2\pi n,$$

med heltal n. Ekvationen $\cos(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ har lösningarna

$$x = \frac{5}{12}\pi + \pi n \quad \text{och} \quad x = \frac{7}{12}\pi + \pi n,$$

med heltal n.

Ej kompletta lösningar: Ett poäng för två korrekta lösningar på intervallet $[0, 2\pi)$, till antigen $\cos(u) = -\sqrt{3}/2$ eller $\cos(2x) = -\sqrt{3}/2$. Ett poäng för minst en korrekt serie av lösningar till ekvationen $\cos(u) = -\sqrt{3}/2$.

Uppgift 3. Vi har att $x^3/3^x$ och $\ln(x)/3^x$, samt att $2^x/3^x = (2/3)^x$ går alla mot noll när x växer. Detta ger

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2^x + \ln(x)}{x^2 + 3^x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{x^3} + \frac{2^x}{3^x} + \frac{\ln(x)}{x^3}}{\frac{x^2}{3^x} + 1} = 0.$$

Ej kompletta lösningar: Ett poäng för någon korrekt, och relevant, gränsbetraktning.