Kontrollskrivning 2, torsdagen 5 augusti. Amelia

Varje uppgift bedöms med maximalt 3 poäng. Skriv på detta blad.

1. Skriv det komplexa talet $\frac{1+i}{2-i} + (1+2i)^2$ på formen $a + bi$.

2. Lös ekvationen $z^2 - (2+2i)z + 2 = -2i$.

2. Låt L vara linjen $r(t) = (2,1) + t \cdot (1,2)$. Bestäm en ekvation för linjen som går genom $(3,2)$ och är vinkelrät med L.

Namn och personnummer.

FACIT till Kontrollskrivning 2, torsdagen 5 augusti. Amelia

Uppgift 1. Vi har att $(2-i)^{-1} = \frac{1}{5}(2+i)$ och $\frac{1}{5}(2+i)(1+i) = \frac{1}{5}(1+3i)$. Vi har att $(1+2i)^2 = (1-4+2i+2i) = -3+4i$. Det sökta uttrycket blir

$$\frac{1}{5}\big((1+3i)+(-15+20i)\big) = \frac{1}{5}(-14+23i).$$

Uppgift 2. Vi har att

$$z^2-(2+2i)z = (z-(1+i))^2-(1+i)^2 = (z-(1+i))^2-2i.$$

Ekvationen vi söker lösningar till är

$$(z-(1+i))^2+2=0.$$

Detta ger att $z-(1+i) = \pm\sqrt{2}i$, och följdaktligen att

$$z = 1+i(1\pm\sqrt{2}).$$

Ej kompletta lösningar Om det förekommer rotuttryck av icke-reella tal, typ vid använding av p, q-formeln, men annars korrekt: 1 poäng.

Uppgift 3. Riktningsvektorn $n = (1,2)$ till linjen L är vinkelrät till linjen N som vi söker. Linjen N skall gå genom punkten $P = (3,2)$, vilket ger att ekvationen vi söker ges som

$$(x-3, y-2)\cdot n = 0.$$

Skriver man ut detta får man $x-3+2y-4=0$, eventuelt $x+2y=7$.