

SF1611 Introduktionskurs i matematik. 1,5 hp
Lösningsförslag till modelltentamen. Skrivtid: 60 minuter. Inga hjälpmedel

Uppgifterna är värda 1 poäng vardera och kräver endast svar, inga fullständiga resonemang. För godkänt krävs 5 poäng.

Namn:.....**Pers.nr.**.....**Program**.....

Resultat:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Betyg

1. Skriv med ord hur följande påstående uttalas.

$$\forall \delta > 0 \exists \varepsilon > 0, |x| < \varepsilon \Rightarrow |\sin x| < \delta$$

Svar: För varje delta större än noll finns ett epsilon större än noll sådant att om absolutbeloppet av x är mindre än epsilon så är absolutbeloppet av sinus x mindre än delta.

2. Använd matematiska symboler för att beskriva mängden av alla reella tal vars avstånd från talet 7 på tallinjen är strikt större än 2.

Svar: $\{x \in \mathbb{R} : |x - 7| > 2\}$ eller $\mathbb{R} \setminus [5, 9]$

3. Tredjegradspolynomet $x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ har nollstället $x = 1$. Bestäm övriga nollställen.

Svar: $x = -2$ och $x = 5$

4. Bestäm alla positiva lösningar till ekvationen $x - 2 = \sqrt{x}$.

Svar: $x = 4$

5. Ange ett heltal n sådant att $|\frac{n}{5} - e| < \pi - 3$.

Svar: $n = 13$ eller $n = 14$

6. Förenkla $e^{2\ln 2}$ så långt det går.

Svar: 4

7. Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $\cos 2x = 1/2$.

Svar: $x = \pm \frac{\pi}{6} + n\pi$ där $n \in \mathbb{Z}$.

8. Fibonaccis talföljd f_0, f_1, f_2, \dots börjar med 0 och 1 och sedan är varje tal summan av de två tidigare:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$$

Fyll i luckan i följande bevis för att $f_n < 2^n$ för alla naturliga tal n .

Induktion över n . För $n = 0$ och $n = 1$ är påståendet sant eftersom $f_0 = 0 < 1 = 2^0$ och $f_1 = 1 < 2 = 2^1$. Under antagandet att påståendet gäller för $n - 1$ och $n - 2$ ska vi nu visa att det gäller även för n .

Per definition är $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ och enligt induktionsantagandet är

$$f_{n-1} < 2^{n-1} \text{ och } f_{n-2} < 2^{n-2}.$$

Alltså är

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} < 2^{n-1} + 2^{n-2} < 2^{n-1} + 2^{n-1} = 2^n.$$
