SF1611 Introduktionskurs i matematik. 1,5 hp
Modelltentamen. Skrivtid: 60 minuter. Inga hjälpmedel

Uppgifterna är värda 1 poäng vardera och kräver endast svar, inga fullständiga resonemang. För godkänt krävs 5 poäng.

Namn:..Pers.nr..................................Program.............

Resultat:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Betyg

---

1. Skriv med ord hur följande påstående uttalas.

$$\forall \delta > 0 \ \exists \varepsilon > 0, \ |x| < \varepsilon \ \Rightarrow \ |\sin x| < \delta$$

   Svar:

---

2. Använd matematiska symboler för att beskriva mängden av alla reella tal vars avstånd från talet 7 på tallinjen är strikt större än 2.
   Svar:

---

3. Tredjegradspolynomet $x^3 - 4x^2 - 7x + 10$ har nollstället $x = 1$. Bestäm övriga nollställen.
   Svar:

---

4. Bestäm alla positiva lösningar till ekvationen $x - 2 = \sqrt{x}$.
   Svar:

---

5. Ange ett heltal n sådant att $|\frac{n}{5} - e| < \pi - 3$.
   Svar:

---

6. Förenkla $e^{2\ln 2}$ så långt det går.
   Svar:

---

7. Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $\cos 2x = 1/2$.
   Svar:

---

8. Fibonaccis talföljd $f_0, f_1, f_2, \dots$ börjar med 0 och 1 och sedan är varje tal summan av de två tidigare:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$$

Fyll i luckan i följande bevis för att $f_n < 2^n$ för alla naturliga tal n.

Induktion över n. För $n = 0$ och $n = 1$ är påståendet sant eftersom $f_0 = 0 < 1 = 2^0$ och $f_1 = 1 < 2 = 2^1$. Under antagandet att påståendet gäller för $n-1$ och $n-2$ ska vi nu visa att det gäller även för n.

Per definition är $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ och enligt induktionsantagandet är

Alltså är

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} < 2^{n-1} + 2^{n-2} < 2^{n-1} + 2^{n-1} = 2^n.$$