Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Lösningar till kontrollskrivning 3B, ons 1 oktober 2008, 09.15–10.15, i SF1610 Diskret matematik för IT2.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	I varje grupp G och för varje element $a \in G$ gäller att $a^{\|G\|} = e$, identitetselementet i G.	x	
b)	En produkt av två udda permutationer är en udda permutation.		x
c)	Mängden $H = \{0, 3, 5, 8\}$ utgör en delgrupp till $(Z_{18}, +)$.		x
d)	Ordningen av permutationen $\psi = (1\ \ 2)(3\ \ 4)(5\ \ 6)$ är åtta.		x
e)	För två sidoklasser till en given delgrupp H till G, gäller att de antingen är identiska eller har tomt snitt.	x	
f)	Varje grupp med 13 element är cyklisk.	x	

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Är permutationen $\varphi = (1\ 3\ 5\ 2\ 4)(3\ 6\ 4)$ en udda eller en jämn permutation.

SVAR: Jämn (ty första cykeln har udda längd och är därför en jämn permutation och den andra likaså, och produkten av två jämna permutationer är alltid en jämn permutation.)

b) (1p) Fyll i nedastående tabell så att det blir en grupptabell.

$\circ$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

c) (1p) Ange en delgrupp med 5 element till den cykliska grupp G med 10 element och som genereras av elementet a, dvs

$$G =< a >= \{a, a^2, a^3, \ldots, a^{10} = e\}$$

där e betecknar identitetselementet i G.

SVAR: $H =< a^2 >= \{a^2, a^4, a^6, a^8, a^{10} = e\}$

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös ekvationen $(1\ 2\ 3)x(1\ 2\ 3) = (1)(2)(3)$

Lösning: Cykeln $(1\ 2\ 3)$ har ordning tre vilket ger att $(1\ 2\ 3)(1\ 2\ 3)(1\ 2\ 3) = (1)(2)(3)$, och alltså omdelbart

SVAR: $x = (1\ 2\ 3)$.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Betrakra gruppen $G = (Z_{12}, +)$. Bestäm en delgrupp H till G sådan att 5 och 7 tillhör samma sidoklass till H i G.

Lösning: Låt $H = G$ som bara har sig själv som sidoklass.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Låt $\mathcal{S}_4$ beteckna mängden av permutationer på mängden $\{1, 2, 3, 4\}$. Bestäm en cyklisk delgrupp H till $\mathcal{S}_4$ sådan att $|H| = 4$.

Lösning: Fyrcykeln $\varphi = (1\ 2\ 3\ 4)$ har ordning fyra och genererar därför en cyklisk delgrupp med fyra element:

$$H = <\varphi> = \{\varphi, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4\} = \{(1\ 2\ 3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4\ 3\ 2), (1)(2)(3)(4)\}.$$