

Skrivningskod:   
Glöm den inte!

Om du vill:   
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik  
Olof Heden

$\Sigma$ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 3B, on 28 november 2007, 13.15–14.15,  
i SF1610 Diskret matematik för IT2.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) Mängden av alla permutationer på en mängd bildar en grupp.	x	
b) Varje grupp har precis två element av ordning 1.		x
c) Gruppen $(Z_{43}, +)$ är en cyklisk grupp	x	
d) Permutationen $(1\ 2)(1\ 3)(1\ 4)(1\ 5)$ är en udda permutation.		x
e) I varje grupp $G$ med gruppoperationen $\circ$ gäller att $a \circ b = b \circ a$ för alla element $a$ och $b$ i $G$ .		x
f) Ingen grupp med 19 element har ett element av ordning fyra.	x	

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

**2a)** (1p) Skriv nedanstående permutation som en produkt av disjunkta cykler:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

**SVAR:** (1 2 5)(3 4)(6 7)

**b)** (1p) Fyll i nedanstående tabell så att det blir en grupptabell.

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$b$	$c$	
$b$		$a$		
$c$		$d$	$a$	
$d$				

**SVAR:**

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$
$b$	$b$	$a$	$d$	$c$
$c$	$c$	$d$	$a$	$b$
$d$	$d$	$c$	$b$	$a$

**c)** (1p) Redogör för Lagranges sats.

Namn	poäng uppg.3

**3)** (3p) Finns det ett element  $x$  i gruppen  $G = (Z_{12}, +)$  sådant att mängden  $H$  nedan blir en delgrupp till  $G$

$$H = \{0, 2, 4, 6, x\}$$

.

**SVAR:** Nej eftersom ingen grupp med 12 element har en delgrupp med fem element.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm ordningen av följande permutation i  $S_7$ :

$$(1\ 2\ 3)(1\ 2\ 5)(4)(1\ 6\ 7).$$

**Lösning:** Vi skriver först permutationen som en produkt av disjunkta cykler:

$$(1\ 6\ 7\ 3)(5\ 2)$$

som ju har ordning 4.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Låt  $G$  vara gruppen av inverterbara element i ringen  $Z_{15}$ . Är  $G$  en cyklisk grupp?

**Lösning:** Gruppen består av elementen i mängden  $G = \{1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14\}$ . Vi undersöker nu om något av dessa element genererar  $G$ .

$$2^2 = 4, \quad 2^3 = 8, \quad 2^4 = 1,$$

så elementet 2 genererar inte  $G$  och ej heller något av elementen 4 eller 8 heller. Nu provar vi med 7:

$$7^2 = 4, \quad 7^3 = 7 \cdot 4 = 13 = -2, \quad 7^4 = 7 \cdot (-2) = -14 = 1.$$

Alltså gäller att elementet 7 inte heller genererar  $G$  liksom elementet 13. Vi undersöker nu elementet 11:

$$11^2 = 1.$$

Nej gruppen är inte cyklisk.