

Matematiska Institutionen,
KTH

Problem till övning nr 5 den 17 april, Diskret matematik CINTE, SF1610, vt 15.

1. (E) Bestäm antalet tal mellan 1 och 900 som inte är delbara med något av talen 4, 5 eller 6.
2. (E) Bestäm antalet ord man kan bilda med hjälp av bokstäverna i ordet DISKRET och som är sådana att inget av orden SIK, RET eller DIS är ett delord, t ex så är ordet DSIKRTE otillåtet eftersom bokstäverna S, I och K kommer efter varandra.
3. (D) Bestäm antalet heltalslösningar till ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20,$$

som är sådana att $0 \leq x_1 \leq 3$, $0 \leq x_2 \leq 4$ och $0 \leq x_3 \leq 5$.

4. (C) Bestäm antalet sätt att dela in mängden $\{1, 2, \dots, 7\}$ i tre icke-tomma delmängder på ett sådant sätt att elementen 1 och 2 hamnar i olika delmängder.
5. (C) En klass som består av 14 flickor och 15 pojkar skall utse tre delgrupper, den gröna, den blå och den gula gruppen, med vardera fem barn. På hur många olika sätt kan dessa grupper bildas om varje grupp skall innehålla minst en flicka.
6. (B) En "vanlig" sexsidig tärning kastas 8 gånger. Hur stor är sannolikheten att varje antal "ögon" kommer att förekomma minst en gång.
7. (B) På hur många olika sätt kan 15 barn i en klass ställa upp sig i tre olika led.
8. (E) Beräkna

$$\binom{102}{100} + \binom{102}{101}.$$

9. (C) Visa att

$$\binom{m+n}{r} = \binom{m}{0} \binom{n}{r} + \binom{m}{1} \binom{n}{r-1} + \dots + \binom{n}{r} \binom{m}{0}$$

10. (D) Visa att om 14 tal väljs på måfå så finns bland dessa 14 tal två vars differens är delbar med 13.

SVAR.

1. 480.

2. 4692.

3.

$$\binom{23}{3} - \left(\binom{19}{3} + \binom{18}{3} + \binom{17}{3} \right) + \left(\binom{14}{3} + \binom{13}{3} + \binom{12}{3} \right) - \binom{8}{3}$$

4. 211

5.

$$\binom{29}{5, 5, 5, 14} - 3 \binom{15}{5} \binom{24}{5, 5, 14} + 3 \binom{15}{5, 5, 5} \binom{19}{5, 14} - \binom{15}{5, 5, 5}.$$

6.

$$\frac{6^8 - \binom{6}{1}5^8 + \binom{6}{2}4^8 - \binom{6}{3}3^8 + \binom{6}{4}2^8 - \binom{6}{5}1^8}{6^8}$$

7. $13! \cdot 7^2 \cdot 5 \cdot 13$

8. 5253

9. —

10. —