

Matematiska Institutionen,  
KTH

**Problem till övning nr 1 den 24 mars, Diskret matematik CINTE, SF1610, vt 15.**

1. (E) Bestäm den största gemensamma delaren till talen 456 och 579.

2. (E) Bestäm samtliga lösningar till de Diofantiska ekvationerna

$$456n + 579m = 1, \quad 456n + 579m = 3, \quad \text{och} \quad 456n + 579m = 24.$$

3. (C) Bestäm samtliga lösningar till den Diofantiska ekvationen

$$315n + 150m = 225.$$

4. (E) Faktorisera 456, 579 och 14400 i produkter av primtal.

5. (D) Är 821 ett primtal?

6. (E) Bestäm utan att använda Euklides algoritim

$$\text{sgd}(1024 \cdot 81, 256 \cdot 243) \quad \text{och} \quad \text{mgm}(1024 \cdot 81, 256 \cdot 243).$$

7. (C) Definera begreppet största gemensamma delaren  $D$  till tre tal  $n_1$ ,  $n_2$  och  $n_3$  och bestäm

$$\text{sgd}(455, 777, 369), \quad \text{och} \quad \text{mgm}(455, 777, 369).$$

8. (B) Visa att

$$\text{sgd}(a, b, c) = \text{sgd}(\text{sgd}(a, b), c).$$

9. (C) Visa att om  $D = \text{sgd}(n, m)$  så är talen  $n/D$  och  $m/D$  relativt prima.

10. (B) Visa att för varje par av relativt prima tal  $a$  och  $b$  gäller att

$$\text{sgd}(a + b, a - b) \in \{1, 2\}.$$

11. (B) Visa med hjälp av aritmetikens fundamental sats att om  $a$ ,  $b$  och  $c$  är hela tal sådana att  $a^2 = b \cdot c^2$  så är  $c$  en jämn kvadrat.

**SVAR**

1. 3
2. (a) Lösning saknas.  
(b)  $n = -63 + k150$ ,  $m = 80 - k193$ , för  $k \in Z$ .  
(c)  $n = -504 + k150$ ,  $m = 640 - k193$ , för  $k \in Z$ .
3.  $n = 15 + k10$ ,  $m = -30 - k21$ , för  $k \in Z$ .
4.  $456 = 2^3 \cdot 3 \cdot 19$ ,  $579 = 3 \cdot 193$ ,  $14400 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ .
5. Ja.
6. a)  $256 \cdot 81$ . b)  $1024 \cdot 243$ .
7. a) 1. b) 6212115.
8. –
9. –
10. –
11. –