Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 2B, on 21 november 2007, 13.15–14.15, i SF1610 Diskret matematik för IT2.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	**falskt**
a) $S(n, n) = n$.		x
b) $\binom{12}{3,3,6} = \binom{12}{3,6,3}$.	x	
c) Om $\lvert A\rvert = \lvert B\rvert = \lvert C\rvert = 5$, $\lvert A\cap B\rvert = \lvert B\cap C\rvert = \lvert C\cap A\rvert = 2$ och $\lvert A \cap B \cap C\rvert = 1$ så är $\lvert A \cup B \cup C\rvert = 8$.		x
d) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.	x	
e) $7! \leq 500$.		x
f) $(x + 1)^n = \sum_{k=0}^{n} x^{n-k}$.		x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange en formel för att antalet sätt att placera ut n identiska bollar i k olika lådor.

SVAR:

$$\binom{n+k-1}{n}$$

b) (1p) Ange värdet av binomialkoefficienten

$$\binom{131}{130}.$$

(Obs svaret skall vara ett heltal.)

SVAR: 131

c) (1p) Redogör för multiplikationsprincipen.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) På hur många sätt kan ett luciatåg ordnas (eller ställas upp) om lucian går först därefter fyra tärnor och sist åtta stjärngossar, om tärnorna går i par och stjärngossarna likaså, typ

$$\begin{array}{ccccccc} & T & T & S & S & S & S \\ L & & & & & & \\ & T & T & S & S & S & S \end{array}$$

(Det räcker att svara med ett uttryck som går att beräkna med hjälp av de fyra "räknesätten".)

SVAR: Lucia och fyra tärnor och åtta stjärngossar placera ut på en, fyra respektive åtta olika platser. Detta går på

$$1! \cdot 4! \cdot 8!,$$

olika sätt.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Hur många ”ord” av längd 5 med de fem bokstäver A, B, C, D och E kan man bilda sådana att inget av delorden AB eller DCE finns med i ordet. (Det räcker att svara med ett uttryck som går att beräkna med hjälp av de fyra ”räknesätten”.) (Var och en av bokstäverna A, B, C, D och E skall finnas med precis en gång i ordet.)

SVAR: Totalt finns 5! olika ord. Låt A beteckna mängden ord som innehåller ordet DCE och B mängden ord som innehåller delordet AB. Vi tänker oss ABC som tre ihophållna bokstäver och vi har då 3 olika bokstäver att ordna till ett ord DCE, A och B. Totalt finns det alltså 3! sådana ord dvs

$$|A| = 3!.$$

På samma sätt får vi

$$|B| = 4!, \quad \text{och} \quad |A \cap B| = 2!.$$

Principen om inklusion och exklusion ger nu atta ntalet tillåtna ord är

$$5! - 3! - 4! + 2!.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) På hur många sätt kan man i en klass, bestående av 14 flickor och 13 pojkar, utse en grupp bestående av 5 barn, om minst en flicka och minst en pojke skall ingå i gruppen. (Det räcker att svara med ett uttryck som går att beräkna med hjälp av de fyra ”räknesätten”.)

LÖSNING: Totalt finns det

$$\binom{14+13}{5}$$

möjliga grupper varav några saknar en pojke respektive en flicka.

Antalet som saknar en pojke är

$$\binom{14+0}{5}$$

och antalet som saknar en flicka är

$$\binom{0+13}{5}$$

.

SVAR

$$\binom{14+13}{5} - \binom{14+0}{5} - \binom{0+13}{5}.$$