KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 5A, den 15 oktber 2013, kl 09.00-10.00
i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	Alla grafer som saknar cykler är träd.		
b)	Varje komplett graf K_n med ett jämnt antal kanter har en Eulerkrets (sluten Eulerväg (Eulerpromenad)).		
c)	I varje graf med v noder, e kanter och c komponenter gäller att $e > v - c - 1$.		
d)	Till varje matchning i en bipartit graf finns högst en alternerande stig.		
e)	Om grafen G med n noder har en Hamiltoncykel så har G minst n stycken (upp-)spännde träd.		
f)	Den kompletta bipartita grafen $K_{2,n}$ är planär för alla heltal $n \geq 2$.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) En graf med 14 noder har fem noder med valens (grad) 2, fyra noder med valens 3, tre noder med 4 och två noder med valens 5. Ange antalet kanter i grafen.

(Svara bara.)

b) (1p) Rita en graf med 10 kanter och 9 noder som har en Eulerkrets (Euler-cykel, sluten Eulerväg) men saknar en Hamiltoncykel.

(Svara bara.)

c) (1p) Betrakta tabellen

a	b	c	d	e	f	g	h	i
b	e	e	f	a	a	b	c	e
c	f	h	a	d	b	f	i	h

Komplettera tabellen ovan med så få bokstäver som möjligt så att tabellen blir en s k grannodtabell till en graf med noderna $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$. De noder som står under strecket i "x-kolumnen" i en grannodtabell är grannarna till noden x.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Låt G vara en bipartit graf med grannnodtabellen

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	1
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9

(dvs G har noderna $1, 2, \ldots, 10$ och noden 1 har grannarna 2 och 10, noden 2 har grannarna 3 och 1 etc.) Bestäm en alternerande stig, som börjar och slutar i omatchade noder, till den matchning $\mathcal{M}$ som består av kanterna

$$\mathcal{M} = \{(1, 2), (5, 4), (7, 6), (9, 8)\}.$$

OBS. Lösningen skall motiveras.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Vilka möjligheter finns det för antalet kanter i en sammanhängande graf G om G har 21 stycken noder och saknar multipla (parallella) kanter och loopar. (En loop är en kant som har samma nod i sina ändpunkter, kallas ibland för en ögla.)

OBS. Ditt svar skall motiveras.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Undersök om det finns någon planär och sammanhängade graf, som saknar loopar (öglor) och multipla (parallella) kanter, som har 6 noder alla med en valens som är minst lika med 5.

OBS. Lösningen skall motiveras.