KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 1B, den 17 september 2013, kl 11.00-12.00
i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	falskt
a)	En Diofantisk ekvation $xa + yb = p$ där p är ett primtal är lösbar om och endast om $\operatorname{sgd}(a, b) = p$.		
b)	Om p är ett primtal och a ett heltal så gäller antingen att $\operatorname{mgm}(a, p) = pa$, eller $\operatorname{mgm}(a, p) = a$		
c)	Det finns en relation $\mathcal{R}$ på en mängd $\mathcal{M}$ sådana att $\mathcal{R}$ varken är reflexiv, symmetrisk eller transitiv.		
d)	Om $A \cap B = A \cup B$ så måste både A och B vara den tomma mängden.		
e)	De rationella talen är en uppräkneligt oändlig mängd.		
f)	Om $ab = 0$ i en ring $\mathbb{Z}_n$ så kan varken a eller b vara (multiplikativt) inverterbara i ringen $\mathbb{Z}_n$.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Bestäm $59^{7473} \pmod{30}$.
(Svara bara.)

b) (1p) Antag att $\text{sgd}(a, b) = 2$. Vilka värden kan då $\text{sgd}(a^4, b^6)$ anta?
(Svara bara.)

c) (1p) På mängden $M = \{0, 1, 3, 6, 8, 10, 11, 13\}$ definieras en ekvivalensrelation $\mathcal{R}$ genom $a\mathcal{R}b$ om talet fem delar $a - b$. Ange de ekvivalensklasser som denna ekvivalensrelation inducerar på mängden M.
(Svara bara.)

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös ekvationen $22x + 16 = 10$ i ringen $\mathbb{Z}_{29}$.

OBS. En komplett lösning skall ges.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) En talföljd $a_0, a_1, ...$ definieras rekursivt genom att $a_0 = 4$ och

$$a_n = 3a_{n-1} - 2n + 3,$$

för $n = 1, 2, \ldots$. Ge ett induktionsbevis för att $a_n = 4 \cdot 3^n + n$.
OBS. Endast induktionsbevis ger poäng.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm antalet element x i ringen $\mathbb{Z}_{128}$ som är sådana att $96x = 0$, när man räknar i ringen $\mathbb{Z}_{128}$.

OBS. En komplett lösning skall ges.