

Skrivningskod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 3B, 2 oktober 2009, 10.45–11.45,
i SF1610 Diskret matematik för CİNTE.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) En grupp med 64 element kan aldrig ha en delgrupp med 7 element..	x	
b) Mängden av alla permutationer av mängden $\{1, 2, 3\}$ bildar en grupp	x	
c) Produkten av två jämna permutationer är en udda permutation		x
d) Alla sidoklasser till en given delgrupp är lika stora.	x	
e) I alla grupper gäller att $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$.	x	
f) I alla grupper gäller att $a \circ b = b \circ a$		x

poäng
uppg. 1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Skriv permutationen definierad genom tablån

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix},$$

som en produkt av disjunkta cykler.

SVAR: $(1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6)$

b) (1p) Fyll i nedanstående tabell så att den blir en multiplikationstabell till en grupp.

o	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>a</i>		<i>c</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>		<i>d</i>	
<i>d</i>	<i>d</i>		<i>c</i>		

Svar:

o	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>e</i>	<i>e</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>a</i>	<i>a</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>e</i>
<i>b</i>	<i>b</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>e</i>	<i>c</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>e</i>	<i>d</i>	<i>a</i>
<i>d</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

c) (1p) Bestäm ordningen av elementet *b* i gruppen i uppgift 2b).

Anm. Uppgiften går att lösa utan att uppgift 2b) har lösts.

Svar: 5

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Bestäm en permutation ψ sådan att

$$(1\ 2\ 3\ 4)\psi(3\ 2\ 1) = (1\ 2)(3\ 4).$$

Lösning: Vi multiplicerar likheten till vänster med inversen till $(1\ 2\ 3\ 4)$ och till höger med inversen till $(3\ 2\ 1)$ och får då

$$\psi = (4\ 3\ 2\ 1)(1\ 2)(3\ 4)(1\ 2\ 3)$$

som räknas ut till

SVAR: $\psi = (1\ 4\ 2\ 3)$

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm samtliga cykliska delgrupper till gruppen $G = (Z_{12}, +)$.

Lösning:

$$\langle 1 \rangle = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 0\} (= \langle 5 \rangle = \langle 7 \rangle = \langle 11 \rangle)$$

$$\langle 2 \rangle = \{2, 4, 6, 8, 10, 0\} (= \langle 10 \rangle)$$

$$\langle 3 \rangle = \{3, 6, 9, 0\} (= \langle 9 \rangle)$$

$$\langle 4 \rangle = \{4, 8, 0\} (= \langle 8 \rangle)$$

$$\langle 6 \rangle = \{6, 0\} (= \langle 10 \rangle)$$

$$\langle 0 \rangle = \{0\}$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Betrakta gruppen $G = (Z_{25}, +)$. Undersök om man kan bestämma element $x, y \in G$ så att nedanstående mängd blir en sidoklass till någon delgrupp till G :

$$\{8, 13, x, y, 23\}$$

Lösning: I sådan fall skulle delgruppen ha fem element, vilket vi finner att delgruppen

$$H = \{0, 5, 10, 15, 20\},$$

har. Den sidoklass som innehåller elementet 8 är

$$8 + H = \{8, 13, 18, 23, 3\}.$$

Javisst med $x = 3$ och $y = 18$ så är mängden uppenbarligen en sidoklass till delgruppen H .