

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 3B, 26 september 2012, 10.45–11.45,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena a)–f) är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) Om G är en grupp med 23 element så gäller för varje element $g \in G$ att $g^{23} = g$.		
b) I varje grupp gäller kommutativa lagen dvs att $a \circ b = b \circ a$ för alla element a och b i gruppen.		
c) Varje grupp med 23 element är en cyklisk grupp.		
d) Mängden $\{\text{id.}, (1\ 2), (1\ 3)\}$ utgör en delgrupp till gruppen \mathcal{S}_3 som består av alla permutationer av elementen i mängden $\{1, 2, 3\}$.		
e) Det finns element vars ordning är 23 i gruppen \mathcal{S}_8 , dvs mängden av permutationer av en mängd med 8 element		
f) Det finns minst en grupp som har precis tre olika delgrupper.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange samtliga sidoklasser i gruppen $G = (Z_{15}, +)$ till den delgrupp H till G som består av elementen $\{0, 3, 6, 9, 12\}$.

b) (1p) Nedanstående ej kompletta multiplikationstabell kan kompletteras till en multiplikationstabell till en grupp med elementen $G = \{e, a, b, c, d, f\}$. Gör det!

\circ	e	a	b	c	f	d
e	e	a	b	c	f	d
a	a	e	d		c	
b	b	f	e		a	
c	c			e	b	
f	f	b			d	
d	d					f

c) (1p) Låt \mathcal{S}_8 beteckna samma grupp som i uppgift 1e. Låt γ vara den permutation som i cykelnotation skrivs $\gamma = (1\ 2\ 7)(3\ 6\ 8\ 5)$. Låt α vara permutationen $\alpha = \gamma^{-1} \circ \gamma \circ \gamma^{-1}$. Skriv α i tablåform.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Låt φ och ψ nedan vara permutationer, skrivna i tablåform, av elementen i mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Bestäm ordningen av permutationerna $\varphi \circ \psi$ och $\psi \circ \varphi$. Lösningen skall motiveras.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm samtliga cykliska delgrupper till gruppen $(Z_8, +)$. (Obs elementen i var och en av delgrupperna skall anges, det räcker alltså inte enbart att ange generatorerna för delgrupperna.) Lösningen skall motiveras.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm samtliga delgrupper H till gruppen $G = (\mathbb{Z}_{24}, +)$ till vilka det finns en sidoklass $a + H$ som bl a innehåller elementen 4 och 7 (men som kan innehålla fler element). Lösningen skall motiveras.