KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 3A, den 2 oktber 2013, kl 11.00-12.00
i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	En grupp med 42 element kan ha en delgrupp med 8 element.		
b)	En icke-trivial delgrupp H till en grupp $(G, \circ)$ kan själv ha en eller flera icke-triviala delgrupper.		
c)	I varje grupp $(G, \circ)$ gäller den kommutativa lagen, dvs $a \circ b = b \circ a$ för alla $a, b \in G$.		
d)	Alla permutationer av ordning $p > 2$, där p är ett primtal, är jämna permutationer.		
e)	Mängden av alla permutationer av elementen i en mängd med minst 3 element bildar en grupp som är cyklisk.		
f)	Varje icke-cyklisk grupp $(G, \circ)$ har minst en icke-trivial delgrupp H.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt φ vara den permutation av elementen i mängden $\{1, 2, \ldots, 9\}$ som skriven som en produkt av disjunkta cykler uttrycks

$$\varphi = (1\ \ 2)\,(3\ \ 4\ \ 5)\,(6\ \ 7\ \ 8\ \ 9).$$

Är φ en udda eller en jämn permutation.
(Svara bara.)

b) (1p) Ange en sidoklass $a+H$ till en delgrupp H med fem element, ($|H| = 5$,) till gruppen $(\mathbb{Z}_{20}, +)$ sådan att sidoklassen $a + H$ innehåller elementet 5.
(Svara bara.)

c) (1p) Nedanstående tabell kan fyllas i så att det blir multiplikationstabellen till en grupp. Fyll i tabellen så den blir komplett.

$\circ$	e	a	b	c	d	f
e		a	b	c	d	f
a			f	d	c	b
b				f	a	c
c		f			b	a
d					f	e
f		c	a	b	e	d

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Låt φ, ψ och γ vara nedanstående permutationer av elementen i mängden $\{1, 2, \ldots, 5\}$, (φ, ψ och γ är skrivna som produkt av disjunkta cykler)

$$\varphi = (1\ \ 4\ \ 3\ \ 5), \qquad \psi = (2\ \ 5\ \ 4)\,(1\ \ 3), \qquad \gamma = (1\ \ 2)\,(3\ \ 5).$$

Bestäm ordningen av permutationen $\varphi \circ \psi \circ \gamma$.

OBS. Lösningen skall motiveras och kalkyler redovisas.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Elementen $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ i ringen $\mathbb{Z}_{16}$ bildar under operationen multiplikation i $\mathbb{Z}_{16}$ en grupp G. (T ex så är $5 \cdot 7 = 3$.) Bestäm två olika delgrupper H_1 och H_2 till G, som båda har fyra element, (dvs $H_1 \neq H_2$ och $|H_1| = |H_2| = 4$).

OBS. Lösningen skall motiveras.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Gruppen G är cyklisk och genereras av elementet a vars ordning är 96. Bestäm samtliga element g i G sådana att $g^6 = g^{11}$.

OBS. Lösningen skall motiveras.