KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 3A, 26 september 2012, 10.45–11.45,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.**

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	**falskt**
a) Om G är en grupp med 17 element så gäller för varje element $g \in G$ att $g^{18} = g$.		
b) Varje grupp med 17 element är en cyklisk grupp.		
c) I varje grupp gäller kommutativa lagen dvs att $a \circ b = b \circ a$ för alla element a och b i gruppen.		
d) Det finns minst en grupp som har precis tre olika delgrupper		
e) Det finns element vars ordning är 17 i gruppen $\mathcal{S}_8$, dvs mängden av permutationer av en mängd med 8 element		
f) Mängden $\{\text{id.}, (1\ 2), (1\,3)\}$ utgör en delgrupp till gruppen $\mathcal{S}_3$ som består av alla permutationer av elementen i mängden $\{1, 2, 3\}$.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange samtliga sidoklasser i gruppen $G = (Z_{18}, +)$ till den delgrupp H till G som består av elementen $\{0, 3, 6, 9, 12, 15\}$.

b) (1p) Nedanstående ej kompletta multiplikationstabell kan kompletteras till en multiplikationstabell till en grupp med elementen $G = \{e, a, b, c, d, f\}$. Gör det!

$\circ$	e	a	b	c	d	f
e	e	a	b	c	d	f
a	a	e	f		c	
b	b	d	e		a	
c	c			e	b	
d	d	b			f	
f	f					d

c) (1p) Låt $\mathcal{S}_8$ beteckna samma grupp som i uppgift 1e. Låt γ vara den permutation som i cykelnotation skrivs $\gamma = (1\ 2\ 5)(3\ 7\ 8\ 6)$. Låt α vara permutationen $\alpha = \gamma^{-1} \circ \gamma \circ \gamma^{-1}$. Skriv α i tablåform.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Låt φ och ψ nedan vara permutationer, skrivna i tablåform, av elementen i mängden $\{1,2,3,4,5,6\}$. Bestäm ordningen av permutationerna $\varphi \circ \psi$ och $\psi \circ \varphi$. Lösningen skall motiveras.

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \qquad \psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm samtliga cykliska delgrupper till gruppen $(Z_9, +)$. (Obs elementen i var och en av delgrupperna skall anges, det räcker alltså inte enbart att ange generatorerna för delgrupperna.) Lösningen skall motiveras.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm samtliga delgrupper H till gruppen $G = (Z_{24}, +)$ till vilka det finns en sidoklass $a + H$ som bl a innehåller elementen 3 och 7 (men som kan innehålla fler element). Lösningen skall motiveras.