KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 1A, 17 september 2013, 11.00–12.00, i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	Om p är ett primtal och a ett heltal så gäller antingen att $\text{mgm}(a, p) = pa$, eller $\text{mgm}(a, p) = a$		
b)	En Diofantisk ekvation $xa + yb = p$ där p är ett primtal är lösbar om och endast om $\text{sgd}(a, b) = p$.		
c)	Om $A \cap B = A \cup B$ så måste både A och B vara den tomma mängden.		
d)	De rationella talen är en uppräkneligt oändlig mängd.		
e)	Det finns en relation $\mathcal{R}$ på en mängd $\mathcal{M}$ sådana att $\mathcal{R}$ varken är reflexiv, symmetrisk eller transitiv.		
f)	Om $ab = 0$ i en ring $\mathbb{Z}_n$ så kan varken a eller b vara (multiplikativt) inverterbara i ringen $\mathbb{Z}_n$.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Bestäm $49^{7653} \pmod{25}$.
(Ett svar räcker.)

b) (1p) Antag att $\mathrm{sgd}(a, b) = 2$. Vilka värden kan då $\mathrm{sgd}(a^3, b^5)$ anta?
(Ett svar räcker.)

c) (1p) På mängden $M = \{0, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ definieras en ekvivalensrelation $\mathcal{R}$ genom $a\mathcal{R}b$ om talet fem delar $a - b$. Ange de ekvivalensklasser som denna ekvivalensrelation inducerar på mängden M.
(Ett svar räcker.)

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös ekvationen $25x + 17 = 10$ i ringen $\mathbb{Z}_{31}$.
OBS. En komplett lösning skall ges.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) En talföljd $a_0, a_1, ...$ definieras rekursivt genom att $a_0 = 3$ och

$$a_n = 4a_{n-1} - 3n + 4,$$

för $n = 1, 2, \ldots$. Ge ett induktionsbevis för att $a_n = 3 \cdot 4^n + n$.
OBS. Endast induktionsbevis ger poäng.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm antalet element x i ringen $\mathbb{Z}_{120}$ som är sådana att $72x = 0$, när man räknar i ringen $\mathbb{Z}_{120}$.

OBS. En komplett lösning skall ges.