KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 1A, onsdagen 12 september 2012, 10.45–11.45, i SF1610 Diskret matematik för CINTE och CMETE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	**falskt**
a) För alla hela tal n och m skilda från 0 gäller att $\mathrm{sgd}(n,m) = \mathrm{sgd}(m,n)$.		
b) Om n och m är relativt prima så är den diofantiska ekvationen $nx + my = k$ lösbar för alla hela tal k.		
c) Om mängderna A och B har samma antal element så är varje injektiv funktion från A till B också surjektiv.		
d) Varje element $a \neq 0$ i ringen Z_{97} har en multiplikativ invers.		
e) För alla mängder A, B och C gäller att $(A \setminus B) \cap (B \setminus C) = \emptyset$		
f) Det finns $a \neq 0$ och $b \neq 0$ i ringen Z_{63} sådana att $ab = 0$.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Är följande relation $\mathcal{R}$ på M en ekvivalensrelation:

$$\mathcal{R} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (2,3), (3,2), (3,4), (4,3)\}.$$

(Ett svar räcker, motivering behövs ej.)

b) (1p) Låt $A = \{1, 3, 7, 11, 12\}$, $B = \{1, 2, 8, 9, 11\}$ och $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$. Bestäm de element som finns i mängden

$$(A \setminus B) \cup (A \setminus (B \cap C)).$$

(Ett svar räcker, motivering behövs ej.)

c) (1p) Ange $403^{513} \pmod{201}$. (Ett svar räcker, motivering behövs ej.)

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös ekvationen $3x + 5 = 9$ i ringen Z_{13}.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm samtliga par (n, m) av hela tal n och m som satisfierar ekvationen

$$48n + 62m = 4.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Visa med hjälp av ett induktionsbevis att om talföljden a_n defineras rekursivt genom att $a_0 = 4$ och $a_1 = -1$ samt

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} \qquad \text{då} \qquad n = 2, 3, 4, ...$$

så kommer $a_n = 2^n + 3(-1)^n$ för alla $n = 0, 1, 2, ...$