Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Lösning till kontrollskrivning 5A, 14 oktober 2009, 10.45–11.45, i SF1610 Diskret matematik för CINTE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	En graf måste ha minst en nod med jämn valens.		x
b)	Om alla noder i en graf har jämn valens så har grafen en Hamiltoncykel.		x
c)	Antalet kanter i den kompletta grafen K_n är ett udda tal om n är ett jämnt tal.		x
d)	Alla kompletta matchningar är maximala matchningar.	x	
e)	I varje sammanhängande planär graf är antalet kanter minst lika med antalet områden i en plan ritning av grafen, ytterområdet medräknat.	x	
f)	En graf med 11111 stycken noder och 12345 stycken kanter måste ha minst en cykel.	x	

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) En sammanhängande planär graf har 17 noder och 24 kanter. Hur många områden uppstår vid en plan ritning av grafen, om även yttterområdet räknas med.

SVAR: $r = 24 + 2 - 17 = 9$

b) (1p) Kan ett träd ha valenssekvensen 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5?

SVAR: Nej.

c) (1p) Formulera Halls bröllopssats.

SVAR: Se läroboken.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) I en planär sammanhängande graf har noderna valenssekvensen 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4. Bestäm antalet områden som uppstår vid en plan ritning av grafen.

Lösning: Antalet kanter e är lika med hälften av summan av all valenser, dvs

$$e = \frac{1}{2}(2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4) = 17 ,$$

och antalet noder är 10 så enligt Eulers formel får vi

SVAR: $r = 17 + 2 - 10 = 9$.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Rita en graf med 12 noder och 18 kanter som både har en Eulerkrets och en Hamiltoncykel.

Lösning: Rita till exempel först en cykelgraf med 12 noder. Återstår nu 6 kanter att rita till. Gör detta på ett sådant sätt att noder med udda valens uppstår, t ex drag alla dessa sex kanter från en och samma nod till andra noder varvid vi får 6 stycken noder med udda valens. Denna graf har ingen Eulerkrets enligt känd sats, medan den först ritade cykeln utgör en Hamiltoncykel i grafen.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Bestäm det största antal noder en sammanhängande bipartit graf kan ha om antalet kanter i den bipartita grafen är 45.

Anmärkning: Det räcker med ett svar med en kortfattad motivering, så ett formellt korrekt bevis krävs inte för full poäng.

Lösning: En sammanhängade graf har alltid fler kanter än dess uppspännade träd. En sammanhängande graf med 45 kanter kan alltså ha högst 46 stycken noder. Om vi ritar en graf som består av en enda "linje" med en startnod och en slutnod har vi denna situation och färgar vi varannan nod svart och varannan nod vit uppstår en tudelning av grafen, med inga kanter mellan noder av samma färg.

SVAR: 46