Skrivningskod: Glöm den inte!		**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 3A, 2 oktober 2009, 10.45–11.45,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)**–**f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	Mängden av alla permutationer av mängden $\{1, 2, 3\}$ bildar en grupp.	x	
b)	En grupp med 64 element kan aldrig ha en delgrupp med 5 element.	x	
c)	Produkten av två udda permutationer är en jämn permutation	x	
d)	Alla sidoklasser till en given delgrupp är lika stora.	x	
e)	I alla grupper gäller att $a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$.	x	
f)	I alla grupper gäller att $a \circ b = b \circ a$		x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Skriv permutationen definierad genom tablån

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

som en produkt av disjunkta cykler.

SVAR: (1 2 3 4)(5 6)

b) (1p) Fyll i nedanstående tabell så att den blir en multiplikationstabell till en grupp.

$\circ$	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	c	d	b	
b	b	d	a		c
c	c	b		d	
d	d		c		

Svar:

$\circ$	e	a	b	c	d
e	e	a	b	c	d
a	a	c	d	b	e
b	b	d	a	e	c
c	c	b	e	d	a
d	d	e	c	a	b

c) (1p) Bestäm ordningen av elementet a i gruppen i uppgift 2b).
Anm. Uppgiften går att lösa utan att uppgift 2b) har lösts.

Svar: 5

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Bestäm en permutation ψ sådan att

$$(1\ 2\ 3)\psi(4\ 3\ 2\ 1) = (1\ 2)(3\ 4).$$

Lösning: Vi multiplicerar med inverserna till permutationerna i vänstar ledet och får

$$x = (3\ 2\ 1)(1\ 2)(3\ 4)(1\ 2\ 3\ 4) = (1\ 3\ 2\ 4).$$

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm samtliga cykliska delgrupper till gruppen $G = (Z_{12}, +)$.

Lösning:

$< 1 >= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 0\}(=< 5 >=< 7 >=< 11 >)$

$< 2 >= \{2, 4, 6, 8, 10, 0\}(=< 10 >)$

$< 3 >= \{3, 6, 9, 0\}(=< 9 >)$

$< 4 >= \{4, 8, 0\}(=< 8 >)$

$< 6 >= \{6, 0\}(=< 10 >)$

$< 0 >= \{0\}$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Betrakta gruppen $G = (Z_{25}, +)$. Undersök om man kan bestämma element $x, y \in G$ så att nedanstående mängd blir en sidoklass till någon delgrupp till G:

$$\{7, 22, x, y, 12\}$$

Lösning: I sådan fall skulle delgruppen ha fem element, vilket vi finner att delgruppen

$$H = \{0, 5, 10, 15, 20\},$$

har. Den sidoklass som innehåller elementet 7 är

$$7 + H = \{7, 12, 17, 22, 2\}.$$

Javisst med $x = 17$ och $y = 2$ så är mängden uppenbarligen en sidoklass till delgruppen H.