

Matematiska Institutionen  
KTH

**Läxtal till den 3 sept. 2012 till kursen Diskret Matematik för CINTE och CMETE.**

1. Visa med induktion att

$$\sum_{k=1}^n k2^{k-1} = (n-1)2^n + 1 \quad \text{för} \quad n \geq 1.$$

2. Visa med induktion att  $7^n - 1$  är delbart med 6 för alla  $n \geq 1$ .

3. Låt talföljden  $a_1, a_2, a_3, \dots$  definieras av att  $a_1 = 1$  och att för  $n \geq 1$  så gäller att  $a_{n+1} = a_n + 3$ . Visa med hjälp av induktion att då är  $a_n = 3n - 2$  för alla  $n \geq 1$ .

4. Visa med hjälp av ett induktionsbevis att

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} < \frac{n}{2} \quad \text{för} \quad n \geq 5.$$

5. Bestäm antalet element i mängden  $\{\emptyset, 1, \{1, \emptyset\}, \{\emptyset\}\}$  samt bestäm antalet olika delmängder till den givna mängden.

6. Låt  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ ,  $B = \{1, 4, 7, 11, 15\}$  och  $C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ . Bestäm  $((A \setminus B) \cup (B \setminus C)) \cap (A \cup B)$ .