Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till lappskrivning nummer 1A till kursen Linjär algebra II för D, SF1604, den 4 februari 2010, kl 08.15-08.40.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkanda uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Låt $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ vara matriser enligt nedan. Bestäm en matris $\mathbf{X}$ sådan att $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

LÖSNING: Inverterar matrisen $\mathbf{A}$:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Inversen till $\mathbf{A}$ sys till höger i tablån ovan. Vi multiplicerar med denna invers på båda sidor om likhetstecknet och till vänster om matriserna och får då

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Betrakta ett ekvationssystem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, där $\mathbf{x} = (x\ y\ z)^T$. Du får nu reda på att $\mathbf{x} = (1\ 1\ 2)^T$ och $\mathbf{x} = (2\ 1\ 0)^T$ är lösningar till systemet. Du skall med motivering svara på frågan om denna information räcker för att avgöra om även $\mathbf{x} = (3\ 1\ -2)^T$ är en lösning till ekvationssytemet.

LÖSNING: Skillnaden mellan två lösningar till ett givet ekvationssytem $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ är alltid en lösning till motsvarande homogena system $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$, och således är $(2\ 1\ 0)^T - (1\ 1\ 2)^T = (1\ 0\ -2)^T$ en lösning till det homogena systemet. Då vet vi att även $(2\ 1\ 0)^T + (1\ 0\ -2)^T$ är en lösning till det givna systemet, dvs $(3\ 1\ -2)^T$ är en lösning.

SVAR: Det gick att avgöra frågan och svaret är ja och motiveringen står ovan.